

Herausgegeben von
Peter Bender

*1107 Peter Friedrich Schmalz
10.10.88*

Mathematikdidaktik: Theorie und Praxis

Festschrift für
Heinrich Winter

Cornelsen

Inhaltsverzeichnis

- 7 **Heinrich Winter zum 60. Geburtstag**
Peter Bender
- 15 **Eine neue Untersuchung zur sachmathematischen Kompetenz von Viert- und Fünftklässlern**
Willibald Dörfler
- 29 **Begriff als Tätigkeitsstruktur – Zur Unterscheidung von empirischem und theoretischem Begriff**
Jürgen Floer
- 37 **Parkette – Einige Anregungen zur Verzahnung von Geometrie- und Kunstunterricht**
Heidi und Lutz Führer
- 48 **Pflichtbindung verpflichtet – Zur Säkularisierung der Mathematik in der Sekundarstufe II**
Lisa Hefendehl-Hebeker
- 57 **Auf der Suche nach einem Paradigma für die Produktregel der Kombinatorik**
Karl Heidenreich
- 67 **Teller und Plastersteine, Vielfache und Plätze – Ein Beitrag zu einer präformalen Teilbarkeitstheorie**
Hermann Hering
- 78 **Anreicherung des Analysis-Unterrichts in der Sekundarstufe II durch geometrisch-topologische Impulse**
Christine Keitel
- 91 **Plädoyer für eine Analyse des Verhältnisses von Schulmathematik und Technologie**
Arnold Kirsch
- 99 **Über eine „Schönheit der Zahl 60“**
Konrad Krainer
- 103 **Ein Aufgabensystem zur Erschließung des Winkelbegriffs**
Wolfgang Kroll
- 115 **Zahlenfelder, ein Kontext für entdeckendes Lernen**

© 1988 Cornelsen Verlag GmbH & Co., Berlin

Alle Rechte vorbehalten

Druck: Furst & Sohn, Berlin

ISBN 3-464-00615-8

Vertrieb:

Cornelsen Verlagsgesellschaft, Bielefeld

Bestellnummer 6158

- 131 Hermann Maier
„Verstehen“ im Mathematikunterricht – Explikationsversuch zu einem
vielverwendeten Begriff
- 143 Kurt Peter Müller
Interdependenzen zwischen Mathematik, ihrer Didaktik und Methodik
- 154 Alfred Schreiber
Mathematik als Experiment
- 166 Hans Schupp
Zur Exploration geometrischer Körper im Mathematikunterricht der
Sekundarstufe I
- 177 Hartmut Spiegel
Vom Nutzen des Taschenrechners im Arithmetikunterricht der
Grundschule
- 190 Hans-Georg Steiner
Über Metaphern, Modelle und Mathematik
- 202 Hans-Joachim Vollrath
Mathematik bewerten lernen
- 210 Gerd Walther
Geometrie mit Tischen: ein Unterrichtsvorschlag für geometrisch-
kombinatorische Aktivitäten
- 219 Dieter Wickmann
Lernen aus Erfahrung bei Unsicherheit – Das Repräsentationstheorem
von de Finetti
- 232 Werner Winzen
Szenen aus dem Mathematikunterricht in einer Grundschule
- 237 Erich Christian Witmann und Gerhard Müller
Wann ist ein Beweis ein Beweis?
- 258 Heinrich Winter – Verzeichnis der Veröffentlichungen

Heinrich Winter zum 60. Geburtstag

Als der jugendliche Heinrich sich in den letzten Kriegsjahren tagtäglich auf den langen und beschwerlichen Weg von seinem Heimatdorf Buttlar auf der thüringischen Seite der Rhön zur Aufbauschule in der Bischofsstadt Fulda auf der hessischen Seite der Rhön macht, denkt er bestimmt nicht daran, daß er seine Heimat bald für immer verlassen wird, und auch über seinen beruflichen Weg hat er nur allervageste Vorstellungen.

Hinter ihm liegt eine Kindheit in bescheidenen Verhältnissen in dörflicher Umgebung (mit zweiklassiger Volksschule). Der Besuch einer weiterführenden Schule ist keineswegs selbstverständlich, sondern setzt eine hervorragende Begabung und Bereitschaft zu Entbehrungen bei der ganzen Familie voraus, die, katholischer Tradition verhaftet, dem NS-Staat nicht allzu freundlich gesinnt ist. Vor ihm liegt zunächst einmal das Kriegsende, dann die Zerschneidung seiner Heimat durch eine Zonen- später gar Staatsgrenze und damit der erzwungene Abbruch seiner Schulausbildung ohne Abschluß.

Nach einem zehmonatigen Lehrgang wird der Achtzehnjährige Volksschullehrer in einer einklassigen Dorfschule in Thüringen. Mit 23 Jahren kann er endlich, nach einem Volkshochschulkurs, in Erfurt das Abitur machen.

Als ihm die politischen Verhältnisse in der DDR unerträglich werden, entschließt er sich zur Flucht in die Bundesrepublik. Dort siedelt er sich in Aachen an, und die alte Kaiserstadt bzw. überhaupt das Rheinland werden ihm zur neuen, wirklich echten Heimat. Hier lernt er bald seine Ehefrau Loti kennen, die wie er Lehrer ist und, aus Öspreußen stammend, ebenfalls eine Flucht hinter sich hat. Gemeinsam fassen sie Fuß im neuen Lebensbereich, und Loti, die bis 1979 Grundschul-lehrerin bleibt, hat immer einen aktiven Anteil an Heinrichs Arbeit, nicht zuletzt dadurch, daß sie ihn fortwährend mit der Praxis konfrontiert: als Möglichkeit zur Erprobung sowie als Forderung zur Überprüfung.

Heinrich Winter muß noch einmal an der damaligen Pädagogischen Akademie Aachen studieren, ehe er (1953-1960) Volksschullehrer sein kann. In dieser Zeit legt er die Realschullehrerprüfung ab und absolviert ein Gymnasiallehrerstudium an der TH Aachen. Er ist dann noch 2 Jahre als Referendar und als Studienassessor am Gymnasium tätig (1960-1962), bis dann schließlich mit 33 Jahren die Hochschullaufbahn als Assistent an mathematikdidaktischen Seminar der PH Neuß (1962-1963) beginnt.

Da ist zunächst noch die Promotion abzuschließen (12.07.1963 Dr. rer. nat. an der TH Aachen mit einer geographischen Dissertation), und nun kann er sich endlich mit voller Kraft, ohne Doppelbelastung durch Lehrertätigkeit und Weiterqualifikation, seinem eigentlichen beruflichen Lebenssthema, der Mathematik und ihrer Didaktik, widmen: 1963-1969 als Dozent (an der PH Rheinland Abt. Neuß) und ab 1969 als Ordentlicher Professor: 1969-1973 an der PH Ruhr Abt. Dortmund, 1973-1978 an der PH Rheinland Abt. Neuß, ab 1978 an der PH Rheinland Abt. Aachen (die seit 1980 in die TH Aachen eingegliedert ist).

Als in den sechziger Jahren das Bildungssystem in einem gewaltigen Schub eine umfassende und vielgliederte Reform erfährt, sieht Heinrich Winter als Fach-

didaktiker mitten im Geschehen. In der anschließenden Konsolidierungsphase gelangt es ihm, die Entwicklung des Mathematikunterrichts und der Mathematikdidaktik auf (wissenschafts-) organisatorischer, (schul-) administrativer und vor allem (fachdidaktisch-) inhaltlicher Ebene prägend mitzugestalten.

Von Anfang an bis heute gehört er dem Wissenschaftlichen Beirat der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) an und ist an deren Verlautbarungen mit wesentlichen Beiträgen bzw. federführend beteiligt. Die Mitgliedschaft im Beirat innehat (1983-1987). Diese Amtszeit fällt in eine Phase spürbarer Rezession in der Bildungs- und Hochschulpolitik, die sich besonders unangenehm auf die Lehrerbildung auswirkt: Aus Lehrermangel ist (aus der Sicht der Finanzminister und damit faktisch) schon lange Überfluß geworden; zahlreiche Lehrerausbildungsstätten werden direkt oder auf dem Umweg über die Eingliederung in Universitäts- oder teilweise zerschlagen; und auf die noch von Fachdidaktikern besetzten Hochschullehrerstellen sind begehrliehe Blicke von Ministern, Hochschulverwaltungen, Fachbereichen gerichtet. Unermüdlich warnt Heinrich Winter vor den Gefahren dieser Entwicklung für den Bestand der Mathematikdidaktik als Wissenschaft und für die Lehrer(aus)bildung. Unermüdlich warnt Heinrich Winter, indem er das Arbeitsgebiet der Mathematikdidaktik absteckt, klärt, teilweise neu definiert (s. die Eröffnungsansprachen zu den Bundestagungen u.a., die in den Mitteilungen der GDM Nr. 34, 36, 37, 40, 41, 43 von 1984 bis 1987 abgedruckt sind, etwa die Stellungnahme der GDM zur Problematik „Computer und Unterricht“, zur Stellung der Mathematikdidaktik als Hochschuldisziplin oder zur bedrohten Lage der Fachdidaktik).

Ein besonderes Merkmal dieser Analysen ist die grundsätzliche Orientiertheit am Inhalt. Der Adressat spürt genau, daß es nicht um eine (eventuell noch mühsam kaschierte) Verteilung irgendwelcher Pfünden geht, sondern um die Sache. Diese Ehrlichkeit, dieser grundsätzliche Rekurs auf inhaltliche (mathematikdidaktische i.w.S.) Argumente und natürlich die Qualität dieser Argumente, die wiederum von der Qualität seiner eigentlichen wissenschaftlichen Arbeit bestimmt ist, machen Heinrich Winter weit über die Grenzen der Disziplin „Mathematikdidaktik“ hinaus bekannt und tragen ihm inner- und außerhalb dieser Disziplin Respekt und Anerkennung ein:

Er ist Mitglied im Wissenschaftlichen Beirat des Deutschen Instituts für Fernstudien (DIF) an der Universität Tübingen (1976-1981), im Wissenschaftlichen Beirat des Instituts für Didaktik der Mathematik (IDM) an der Universität Bielefeld (seit 1985), der Forschungsgruppe „Gesamtschule“ in Dortmund (1970-1972), der Lehrplankommission „Grundschule“ des Kultusministers von Nordrhein-Westfalen (1968-1973), und zwar federführend für die Unterkommision „Mathematik“, und einer zweiten Lehrplankommission „Grundschule“ in NRW (1982-1985) und (kleines Detail am Rande) wird 1987 mit dem höchsten je erzielten Stimmenanteil in den Wissenschaftlichen Beirat der GDM gewählt. Die beiden Grundschulmathematiklehrpläne von NRW (1973 und 1985) stellen eine glückliche Verbindung zwischen grundsätzlichen, trotzdem praxisbezogenen, didaktischen Analysen und konkreten, gleichwohl theoretisch begründeten, Unterrichtsvorschlägen dar. In ihrer Zeit haben diese Lehrpläne Vorbildfunktion für an-

dere Bundesländer und besonders der zweite spiegelt Heinrich Winters didaktische Hauptprinzipien wieder: Anwendungs- und Strukturorientierung sind durchgängige Prinzipien (und erst in zweiter Linie: Inhalte) des Mathematikunterrichts (der Primarstufe).

Diese Lehrpläne sind keine simplen Handreichungen, sondern verlangen dem Lehrer eigene Initiative ab, womit gewiß nicht jeder der Betroffenen einverstanden ist. Aber Heinrich Winters Bild vom Lehrer (in allen Schulformen) ist nun einmal nicht das eines Erfüllungshelfen zur Umsetzung irgendwelcher Vorschriften, sondern das eines kreativen Didaktikers (im Rahmen der Möglichkeiten). Und wo immer auf den unzähligen Lehrerfortbildungsveranstaltungen (weit über NRW hinaus), bei vielen informellen Kontakten (u.a. in den studentischen Praktika) und nicht zuletzt in der (15 Jahre lang existierenden) Arbeitsgemeinschaft „Mathematik in der Grundschule“ im Regierungsbezirk Arnsberg er mit Lehrern zusammengetroffen ist und mit ihnen gearbeitet hat, ist es ihm gelungen, sie anzuregen Didaktiker zu sein.

Aber eigentlich sind es nicht diese Aktivitäten, sondern es ist sein umfangreiches, kreatives und tiefeschürfendes wissenschaftliches Werk, das Heinrich Winter zu einem Mathematikdidaktiker der Extraklasse macht, und höchstens damit in Verbindung wiederum seine intensive Teilnahme auch am Wissenschaftsbetrieb (i.w.S.). Trotz seiner zeitaufwendigen und hoch anerkannten wissenschaftlichen Arbeit bleibt Heinrich Winter sensibel für die Herausforderungen, die von allen Seiten und auf allen Ebenen an die Pädagogik und die Didaktik herangetragen werden, und, was ihm vor vielen Kollegen auszeichnet, er stellt sich diesen Herausforderungen.

Es ist unmöglich, Heinrich Winters bisheriges Werk auf wenigen Druckseiten angemessen zu würdigen. Am meisten profitiert man, wenn man das umfangreiche Schriftenverzeichnis studiert, das am Ende dieses Bandes zusammengestellt ist, und dann einige der Beiträge im Original durcharbeitet. Im folgenden seien daher nur die Konturen dieses Werks skizziert:

Der Mathematikunterricht in der allgemeinbildenden Schule, von der Eingangsstufe bis zur SII, steht zuallererst im Dienste mathematischer Bildung, und diese ist integraler Bestandteil einer allgemeinen Bildung, die die Gesellschaft dem Individuum insbesondere in der Schule angeeignet zu lassen hat. Das klingt altmodisch, aber selbstverständlich ist Heinrich Winter, wie bei allen seine Arbeit berührenden Themen, so auch bei der Bildungsdiskussion absolut auf dem Laufenden, er weiß um die Relativität (in verschiedener Hinsicht) der Bildungsinhalte und des Bildungsbegriffs überhaupt. Gerade angesichts des Fehlens allgemeingültiger Regeln und Maßstäbe stellt mathematische Bildung für ihn einen vergleichsweise stabilen Kern (unter vielen anderen) dar, dessen Ausgestaltung natürlich von allerlei Faktoren intra- und intersubjektiver Art abhängt.

Mathematische Bildung steht auch im Dienst der Bewältigung des Lebens durch die Schüler, und diese Aufgabe ist nicht nur nicht minderwertig, sondern sie leitet z.B. die Auswahl der Inhalte auf globaler bis fast hin zur lokalen Ebene. Sie ist allerdings nicht in platten utilitaristischen Sinn gemeint, sondern schließt Lebensbereicherung durch Erkenntnisfortschritt ein. Die platonische Frage nach dem Aufwand für diesen Erkenntnisfortschritt ist gegenstandslos, da die lebensbe-

reichende Funktion mathematischer Bildung keine nette Zugabe, sondern substantiell für die Aufgabe der Lebensbewältigung ist. Zu dieser gehört nicht nur das Studium des Gebrauchs von Mathematik, sondern auch die Kenntnisnahme von Möglichkeiten des Mißbrauchs. Der Mathematikunterricht hat hier zwar die Pflicht, Fakten beizustellen, zu diskutieren sind solche Probleme jedoch im Rahmen einer allgemeinen Erziehung zur Sittlichkeit, durchaus im Mathematikunterricht, aber nicht überwiegend oder gar ausschließlich dort.

In diesem Sinn ist für Heinrich Winter die Pädagogik die wichtigste Bezugsdisziplin der Mathematikdidaktik, was man besonders deutlich bei seiner grundlegenden und vielzitierten Lernzielanalyse für den Mathematikunterricht (1972b) sieht, die er ausdrücklich in einen umfassenden pädagogischen Zusammenhang einbettet. Folgerichtig liegen ihm die Schülergruppen besonders am Herzen, die der stärksten pädagogischen Zuwendung bedürfen und bei denen diese Zuwendung besonders ausgeprägte Erfolge zeitigen kann: die Grund- und die Hauptschüler. Selbstverständlich ist von Heinrich Winters didaktischem Werk auch die Sekundarstufe II angesprochen: So manchem Oberstufenschüler käme sehr zuzustatten, wenn sich sein Mathematikunterricht in Vorgehensweise, Begriffsverknüpfung usw. stärker an Prinzipien für Grund- und Hauptschule orientieren würde. Außerdem beziehen sich viele der grundlegenden Arbeiten sowieso auf den gesamten Bereich der allgemeinbildenden Schule (und darüber hinaus auf den Hochschulunterricht).

In einem derart pädagogisch ausgerichteten fachdidaktischen Ansatz spielen naturgemäß Humanwissenschaften wie Psychologie, Kommunikationstheorie, Kognitionstheorie, Sprachwissenschaften usw. eine bedeutende Rolle (s. z. B. 1970a, 1978c oder 1986b) Heinrich Winter macht allerdings nicht die Moden gewisser Gruppen zu gewissen Zeiten mit, wo dann eine einzige Bezugswissenschaft das (fast) alleinige Kategoriensystem für die Arbeit liefert. Er nimmt vielmehr einen genuin fachdidaktischen Standpunkt ein und betrachtet die Mathematikdidaktik nicht als eine (irgendwie gewichtete) Summe der genannten Bezugsdisziplinen (einschließlich der Mathematik), sondern als eine eigenständige Wissenschaft mit einem ausgeprägten eigenständigen Kern.

Da hat die Mathematik einen ausschlaggebenden Einfluß, aber nicht in der amorphen Weise, wie sie sich insgesamt oft dem durchschnittlichen Diplommathematiker (!) und, im Zuge der noch lange nicht ausgetretenen Abbilddidaktik, erst recht dem Oberstufenschüler darstellt, sondern orientiert an den universellen bzw. zentralen Ideen des Fachs samt deren Genesen, sowie gewissen Herangehensweisen und Einstellungen. Dafür sind dann zwar auch kognitionspsychologische und andere Gesichtspunkte bedeutsam, aber den Primat haben doch fachliche Zusammenhänge. Dieses Prinzip ist aber nicht in der naiven Form zu verstehen, wie es häufig in didaktischen Arbeiten „realisiert“ ist, nämlich reduziert auf eine innermathematische Systematik. Entscheidend ist vielmehr die Bedeutung, die die Inhalte für die Schüler haben (können, sollen), und die Art und Weise, wie sie sich mit der Begrifflichkeit entfaltet.

„Entdeckendes Lernen“ ist das von Heinrich Winter unermüdlich geforderte und seinem ganzen Werk zugrundeliegende Paradigma für den Mathematikunterricht. Es ist keine bloße motivationsfördernde Methode, sondern ein Prinzip, Mathe-

matik zu treiben (das außerdem die Motivation fördern kann). Es sind keineswegs nur mathematische Kabinettstückchen, an denen dieses Prinzip verwirklicht werden kann, Heinrich Winter entwickelt es vielmehr gerade auch am „täglichen Brot“ des Mathematikunterrichts, der Arithmetik, und an einer scheinbar besonders trockenen Lehrform, dem Üben (s. zahlreiche der Aufsätze und besonders 1984b). Entdeckendes Lernen ist kein rezeptiver Akt, sondern enthält einen gehörigen Anteil Kreativität, und, eng verbunden damit, ist es natürlich mit irgendwelchen Entdeckungen auf der Phänomenebene nicht getan, zur Entfaltung begrifflichen Denkens bedarf es darüber hinaus der Abstraktion, der Systematisierung und der Reflexion (wodurch sich der moderne Mathematikunterricht prinzipiell von der sog. „volkstümlichen Bildung“ unterscheidet; s. 1983e).

Die Beschränkung auf das innermathematische System stellt aber nicht nur eine Reduktion dar, indem sie die Belange der Schüler ausblendet, sondern auch indem sie die überragende Bedeutung der mathematischen Anwendungen als eigenständiger Inhalt, aber auch als Erkenntnisquelle und Fortschrittsmotor der Mathematik überhaupt, vernachlässigt. Das dialektische Verhältnis zwischen reiner und angewandter Mathematik liegt Heinrich Winter während seiner ganzen Tätigkeit als Mathematikdidaktiker am Herzen. Lernen von der Wirklichkeit ist eine wichtige Komponente jeglichen Lernens, und Entdecken und Anwenden sind dabei bloß zwei Seiten einer Medaille. Das Prinzip von der Sachsituation als Ausgangs- und Rückkehrpunkt für den Rechenunterricht ist schon von den alten Volksschulmethodikern vertreten worden. Heinrich Winter stellt sich zwar bewußt in diese Tradition, arbeitet aber zugleich die Schwachstellen in Ansatz und Umsetzung heraus (zu enge Bindung an die Arithmetik, Überkanonisierung, Reduktion auf „bürgerliches“ Rechnen; s. 1976d) und entwickelt sie deutlich weiter durch Ausweitung der Klasse der zu behandelnden Situationen und durch mathematische und didaktische Anreicherung, all dies im Dienste der Sacherschließung. Sachrechnen (besser vielleicht: Sachmathematik) hat für ihn folgende drei Bildungsfunktionen: Es ist zugleich Lernstoff, Lernprinzip und dient der *Umwelterschließung* (s. 1985b).

Mit diesem weit gehenden Bildungsauftrag an den Mathematikunterricht ist der Kreis geschlossen, die formale Rechtfertigung durch eine inhaltliche Komplexität, Mathematiklehrer und -didaktiker müssen weit über den Rand ihres Faches blicken. Der praktischen Zusammenarbeit mit Vertretern anderer Fächer stehen jedoch allerlei Hindernisse entgegen, nicht zuletzt die in den letzten 20 Jahren viel zu stark gewordene Bürokratisierung der Schule, so daß oberhalb der Primarstufe *fächerübergreifender* Unterricht eigentlich nur noch dadurch möglich ist, daß der Mathematiklehrer Inhalte anderer Disziplinen in den Mathematikunterricht herinholzt. Das ist ein erheblich aufwendigeres Unterfangen, als sich am Schreibtisch ein paar Textaufgaben auszudenken. Da muß man sich u. U. auf Gegenstände einlassen, die man nicht studiert hat, mühsame Rechenen durchführen, sich einen fremden Begriffsapparat aneignen usw., und dazu benötigt man wiederum allgemeine Bildung und allgemeines Interesse. Im Laufe der Jahre entwickelt Heinrich Winter mit ungeheurer Kreativität (und umfassender Belesenheit, auch im Bereich der Mathematikhistorie!) eine Fülle von Beispielen auf allen intellektuellen Niveaus und mit verschieden hohem umwelterschließenden Gehalt. Diese finden

sich (u.a.): als Konkretisierungen in seinen Analysen zum Sachrechnen, auch in den geometrischen Arbeiten (insbesondere 1978b) und nicht zuletzt in vielen Hefen der Zeitschrift 'mathematiklehren', die er in den Jahren 1984 bis 1988 (mit Herausgibt (z.B. Geometrie aus den Hebelgesetzen, Mittelwerte, Geld, Maße, Sterbetafel und Lebensversicherung u.v.a.), und die ein Muster für lehrer-orientierte didaktische Arbeit ist (allerdings u.v.a.), und die ein Muster für lehrer-orientierte Zur Anwendungsorientierung im Mathematikunterricht gehört, wie gesagt, untrennbar die Strukturorientierung als ergänzendes Prinzip. Erneut sind Mathematikdidaktiker und -lehrer gefordert: Sie benötigen profundes mathematisches Wissen (auch schon als Primarstufenlehrer!), müssen fähig sein, vielerlei Metastandpunkte einzunehmen, und dort wieder Bescheid wissen, wobei die Lösung didaktischer Probleme i.e.S. wie Auswahl, Rechtfertigung und Vermittlung von Inhalten nicht losgelöst von einem Studium der historischen Genesen dieser Inhalte erfolgen kann.

Eine Synthese all dieser Gedanken in Form eines mathematikdidaktischen Lese- und Studienbuchs als Höhepunkt der bisherigen wissenschaftlichen Laufbahn Heinrich Winters ist seit einiger Zeit in Arbeit und steht kurz vor dem Abschluß. Im Laufe von gut 20 Jahren hat er zahlreiche Zeitschriftenartikel, Bücher und Beiträge in Büchern verfaßt, darunter auch ein Schulbuch, den - zumindest in der Lehrausbildung - berühmten „Winter-Ziegler“ vom 1. bis 10. Schj., ein Werk voll zündender Ideen, das die Fortschritte der Didaktik seiner Zeit wie kein zweites berücksichtigt. Allein, von der Lehrerschaft wird es nicht angenommen: Es erscheint, auch für höhere Schülerleistungsgruppen, als zu anspruchsvoll. Der Optimismus, der dieses Schulbuch, wie die ganze Reform jener Zeit, trägt, wird nicht bestätigt. Die Strukturen der (mathematischen) Wissenschaft wie die mathematischen Strukturen, dies alles, kulminierend in einer ausgeprägten Mengenlehre, ist zu wenig und zu schwierig, als daß es den Schülern eine für sie bedeutungsame Mathematik nahebringen könnte. - Als einer der ganz wenigen gesieht Heinrich Winter später ein, daß er in dieser Zeit Fehler gemacht hat.

Inhaltlich ist sein Werk sehr breit angelegt: Es sind einige mathematische Lehrbuchtexte dabei (Stochastik, Geometrie, Körper der reellen Zahlen); er ist ein gefragter Autor für mathematikdidaktische Beiträge, insbesondere Überblicks-, Sammelwerken; seine eigentlichen didaktischen Arbeiten sind teils am Stoff orientiert, teils grundsätzlicher Natur. Stofflich deckt er den ganzen Bereich der Primarstufe und der SI ab: Arithmetik, Algebra, Geometrie, Stochastik mit ihren Anwendungen und Beziehungen untereinander. Dabei beschränkt er sich nie auf eine elementarisierende oder methodisierende Darstellung, vielmehr sind inhaltliche Beispiele immer in einen didaktischen Zusammenhang eingebettet. Umgekehrt sind die tiefstehendsten didaktischen Analysen (über: Lernziele, Umfangs- und Fachsprache, didaktische Prinzipien, Verstehen und Künstliche Intelligenz, Beweisbedürfnis, Begriffe, Üben, entdeckendes Lernen, Reduktionsismus in der Mathematikdidaktik) durchweg mit inhaltlichen Beispielen konkretisiert.

Diese Verbindung von Analyse und Synthese, von Theorie und Praxis, zusammen mit einer klaren Diktion, dem Verzicht auf bombastische Wort- bzw. Satznhlsen und auf elitären Jargon, macht Heinrich Winters eigenes didaktisches Talent aus,

das auf seine Weise eine Anwendung seiner didaktischen Prinzipien auf sich selbst darstellt. Seine folgerichtigen, überzeugenden, ideenreichen, nie aufdringlichen Ausführungen und sein breites Arbeitsfeld tragen ihm Aufmerksamkeits- und Anerkennung der Fachwelt inner- und außerhalb der Mathematikdidaktik ein. Was man sonst recht selten erlebt, geschieht bei ihm immer wieder: Gestandene Kollegen geben zu, daß sie bei Heinrich Winter etwas gelernt haben (solche Äußerungen sind im Wissenschaftsbetrieb mit seinen verbreiteten Eitelkeiten gar nicht zu überschätzen).

All dies gilt für seine mündlichen Äußerungen nicht weniger als für die schriftlichen Arbeiten: Seine Vorträge auf den Bundestagungen sind immer die am besten besuchten, und es ist für das Auditorium ein Vergnügen, von Anfang bis Ende gespannt zuzuhören. Die Qualität dieser Vorträge schafft jedesmal die Basis für ein hohes Niveau der anschließenden Diskussionen.

In zahlreichen solchen Aussprachen, sei es nach eigenen Vorträgen, nach solchen von Kollegen, nach einer Unterrichtsstunde, in einer Kommission, als Leiter oder einfacher Zuhörer, ist Heinrich Winter derjenige, der die entscheidenden Beiträge leistet, indem er die Problematik noch einmal präzise darstellt, eine mögliche Lösung vorschlägt, das Thema knapp und klar zusammenfaßt, neue Gedanken einbringt, Äußerungen der Mittellinnehmer aufgreift (und zwar nicht gemäß der Intensität ihres Vortrags, sondern gemäß ihrer von ihm immer treffsicher beurteilten Qualität), gegensätzliche Standpunkte so weit wie möglich integriert, aber nie in Form von Kompromissen um des Kompromisses willen. Dabei ist er ein ausgesprochen disziplinierter Diskutant, er drängt sich nie vor, wird nie laut, gerät nie in Streit, drängt seine Meinung nicht auf, hat keine Allüren und: hört immer aufmerksam zu.

Diese Kommunikationskunst und -freude, die sich ebenso bei informellen Zusammenkünften zeigt, seien sie privat oder beruflich veranlaßt, ist wiederum nur möglich, weil er, fußend auf einer umfassenden Kompetenz, seine natürliche Autorität hat, die allseits anerkannt ist. In privatem Gespräch ist er ein witziger, charmanter und immer anregender Plauderer mit Bildung und Niveau. So mancher Kollege erinnert sich gerne so mancher Runde zu vorgerückter Stunde auf so mancher Tagung (Bundestagung, Oberwolfach). Mit seiner ungeheuren Kondition ist Heinrich Winter oft einer der Ausdauerndsten und sticht dabei Jüngere und Ältere bequem aus, steht aber am nächsten Tag wieder in gewohnter Frische am Vortragspult, nimmt aktiv an der Diskussion teil, getreu seiner anscheinend in allen Bereichen realisierten Maxime: Herausforderungen sind dazu da überwunden zu werden.

So rührt das Ehepaar Winter, ehemals starke Raucher, von einem auf den anderen Tag keine Zigarette mehr an; sie, die sonst nur ab und zu dem Skifahren geföhnt haben, beginnen das Tennis spielen (als es noch nicht so sehr in Mode ist) und bringen es zu einer beeindruckenden Meisterschaft. Aber die Maxime leitet auch Heinrich Winters ganzen beruflichen Wendegang von der grundsätzlichen Weichenstellung um 1950 über die Etablierung (mit einigen abgelehnten Rufen über die angenommenen hinaus) um 1970 bis zum Wechsel 1986 in die mathematische Fakultät der TH Aachen (um 1990), wo die Ausbildung von SI-L. Lehrern, Diplommathematikern und Naturwissenschaftlern zu den neuen Aufgaben gehört, aus

denen bestimmt noch wichtige Beiträge zur Mathematikdidaktik hervorgehen werden.

Heinrich Winter hat die Mathematikdidaktik erheblich bereichert und vorangebracht. Die in diesem Buch versammelten Autoren und darüber hinaus zahllose Kollegen, Hochschullehrer, Lehrer, Studenten, Angehörige der Schulbehörden, Verlagsmitarbeiter, haben von ihm persönlich und fachlich viel profitiert. Wir empfinden ein tiefes Gefühl der Verehrung und Dankbarkeit für unseren Lehrer und Mitstreiter und widmen ihm diesen Band zum 60. Geburtstag mit den herzlichsten Wünschen für ein langes, gesundes, sorgenfreies Leben mit der Familie und der Hoffnung auf ein weiteres fruchtbares mathematikdidaktisches Schaffen.

20. Juli 1988
Peter Bender

PETER BENDER, Kassel

Eine neue Untersuchung zur sachmathematischen Kompetenz von Viert- und Fünftklässlern

Eine der vielfältigen Aktivitäten *Heinrich Winters* war die Betreuung des Arbeitskreises 'Mathematik in der Grundschule' im Regierungsbezirk Arnsberg von 1971 bis 1986 (s. *Winter* 1987). Die gegenseitige Befruchtung von Theorie und Praxis des Mathematikunterrichts in diesem Arbeitskreis zeigte sich nicht nur in einem bemerkenswerten didaktischen Reflexionsniveau aller Teilnehmer, sondern konkretisierte sich z.B. auch in den nordrhein-westfälischen Primarstufenlehrplänen von 1973 und 1985, an deren Erstellung *Heinrich Winter* prägend mitwirkte.

Ein anderes, wohl dokumentiertes, Produkt dieses Arbeitskreises sind die Untersuchungen zur sachmathematischen Kompetenz von Grundschulkindern am Ende des 4. Schuljahres. In den Jahren 1978, 1980, 1983, 1984 und 1985 haben auf Initiative des Arbeitskreises in dessen Einzugsbereich jeweils etwa 1000 Viertklässler etwa ein Dutzend mathematische Sachaufgaben gelöst (s. *Bender* 1980, 1985a, 1985b). Diese Aufgaben wurden im Laufe der Jahre im wesentlichen von *Heinrich Winter* entwickelt. Er richtete sich dabei weniger nach etwaigen Belangen der Statistik, sondern fühlte sich zuerst inhaltlichen (didaktischen) Fragestellungen verpflichtet - damit seinem Grundsatz vom Primat genuiner Mathematikdidaktik treu bleibend. Noch bei einer scheinbar so trockenen Tätigkeit wie dem Entwickeln von Testbatterien zeigt sich seine unerschöpfliche Kreativität. Viele der Aufgaben sind neu, so daß nicht solche Schüler bevorzugt werden, bei denen ein bestimmtes Pensum schon behandelt ist. Der Anteil an Rechenfertigkeit ist gering gehalten, weil es ja nicht um diese, sondern um sachmathematische Kompetenz geht. Die meisten Aufgaben wären auch hervorragend als Stoff für einen Mathematikunterricht geeignet, der an *Heinrich Winters* Überlegungen zum sog. Sachrechnen (s. *Winter* 1976) ausgerichtet ist. Entsprechend hat er auch stets Wert darauf gelegt, vor der statistischen Analyse der Tests eine genaue didaktisch orientierte Sachanalyse der einzelnen Aufgaben durchzuführen und diese mit zu veröffentlichen.

Während es bei dem allerersten Test 1978 noch um eine Bestandsaufnahme ging („Was können unsere Schüler nun, nachdem sie vom 1. Schuljahr an komplett den reformierten Mathematikunterricht erlebt haben?“), hat sich der Schwerpunkt der Fragestellung mehr auf das Problem verlagert, wie die Schüler eine sprachlich gegebene, mathemathaltige Sachsituation bearbeiten.

1. Allgemeine Bemerkungen zum Test

Da kommt man in Bereiche, wo der Aufgabencharakter schon auf der sprachlichen Ebene beginnt. Dies wirkt sich spätestens dann als Nachteil aus, wenn Schüler oder Lehrer den Test nicht mehr ernst nehmen, weil sie ihn nicht als zur