

In: Horst Hischer (Hrsg.): Wieviel Termumformung braucht der Mensch? Hildesheim: Franzbecker 1993, 126-129

● **Einige Fragen an die Mathematikdidaktik anlässlich der zunehmenden Nutzung des Computers in der Schule —
Nachlese zu einer Podiumsdiskussion**

Peter Bender / Dietlinde Gruß, Paderborn

In ihrem Rückblick auf die letztjährige Tagung des Arbeitskreises hat Lioba Fraunholz explizite Antworten auf der Ebene der Bildungsziele zu der Frage, was sich im Mathematikunterricht ändern muß, oder auch konzeptionelle Aussagen und Prognosen zum Einsatz konkreter Systeme vermißt. Wenn wir ihr auch beipflichten, so möchten wir zu bedenken geben, daß die Zusammensetzung des Arbeitskreises ausgesprochen heterogen ist, was die Interessen seiner Mitglieder und deren Arbeitsansätze betrifft. Diese kann man kaum zu einem stimmigen Gesamtbild fügen, das der Arbeitskreis nach außen abgeben könnte. Außerdem empfinden wir es als wohltuend, daß die 'roaring eighties' mit ihren vielen, vornehmlich an den technischen Möglichkeiten orientierten, didaktischen Schnellschüssen zum Computer-Einsatz zumindest in diesem Arbeitskreis überwunden zu sein scheinen und man zu subtileren Analysen übergegangen ist, die wieder mehr die beteiligten Menschen in den Vordergrund rücken.

Dennoch bleibt der anmahnde Charakter der Fraunholz'schen Feststellungen bestehen; man muß sich aber damit abfinden, daß die Arbeit in erheblich geringerem Tempo als gewünscht vorankommt. Dies ist deswegen tragbar, weil die Computerisierungs-Welle keineswegs mit der vor etwa zehn Jahren vorausgesagten Rasanz über die Schulen hereinbricht. Dennoch, oder gerade deswegen, besteht ein umfangreicher Forschungs- und Entwicklungsbedarf. Einem Ansatz zu dessen Deckung war die Podiums- (und Plenums-) Diskussion am ersten Tag gewidmet, die im Anschluß an einige konzeptionelle Referate stattfand. Sie sollte

- den Sachstand (global: Fragen anlässlich des Computer-Einsatzes in der Schule) ein kleines Stück weiter klären;
- ernsthafte Auffassungen zum riesigen Feld des ungeklärten Sachstands anbieten;
- zur weiteren Diskussion und Arbeit anregen.

Das Podium bestand aus den Vortragenden des ersten Tages: Elmar Cohors-Fresenborg, Osnabrück; Wilfried Herget, Clausthal; Herbert Löthe, Ludwigsburg; Manfred Pruzina, Halle; und Hans-Georg Weigand, Eichstätt (die Vorträge sind in diesem Band abgedruckt). Vom Leiter der Tagung, Horst Hischer, waren sie aufgrund ihrer stärker perspektivisch angelegten Vorträge als Podiumsteilnehmer eingeladen worden. Die Diskussion hob sich positiv von vergleichbaren Veranstaltungen im Kreis der Mathematikdidaktiker ab, indem die Diskutanten nicht lediglich vorbereitete Erklärungen abgaben, sondern wirklich aufeinander, d. h. auf die Aussagen in den Vorträgen und in der Diskussion eingingen.

Nach einer ersten Runde von Statements stand dann eine Fülle von konstruktiv formulierten Fragen, Meinungen und Einwänden im Raum. Als Schwerpunkte hatten sich zum einen das direkt auf die betroffenen Menschen gerichtete Thema "Schüler (und Lehrer)" und zum anderen ein mehr inhaltlich-didaktisch orientiertes Konglomerat "Bildungsziele, Herangehensweisen, Ideen und Inhalte" herauskristallisiert.

Wenn das Gespräch dennoch ein wenig zerfaserte, so lag das daran, daß die sowieso schon große Zahl der Diskutanten nach den Eröffnungsstatements noch um die Arbeitskreismitglieder im Plenum auf etwa fünfzig erhöht wurde (obwohl diese ebenfalls ausgesprochen diszipliniert bei der Sache waren und niemand allzu stark abschweifte oder allzu lange Korreferate hielt). Im folgenden versuchen wir, einen angemessenen Eindruck von dieser Diskussion zu vermitteln. Dieser ist nicht chronologisch geordnet und natürlich davon geprägt, wie wir die Äußerungen verstanden haben.

● **Schüler und Lehrer**

Der verstärkte Einsatz von Computern im Unterricht und die didaktische Auseinandersetzung mit dieser Entwicklung hat erfreuli-

cherweise die Schüler und mit ihnen die Lehrer wieder bzw. neu in den Mittelpunkt der Betrachtung rücken lassen; dies auch vor dem Hintergrund, daß (nach Einschätzung von Herget und anderen) der Mathematikunterricht durch den Einbezug des Computers anspruchsvoller wird.

Angesichts dessen mahnte Pruzina, die leistungsschwächeren Schüler nicht zu vernachlässigen. Weiterhin bemängelte er eine Kluft zwischen der Mehrzahl der didaktischen Überlegungen und der Schulpraxis und forderte, daß diese Praxis bei theoretischen Überlegungen stärker in den Blick genommen wird. Genau in diesem Zusammenhang ist die von ihm vorgestellte Erprobung und begleitende Untersuchung des Einsatzes grafikfähiger Taschenrechner zu sehen. Cohors-Fresenborg erwiderte direkt, daß grundsätzlich jede Theorie insofern den Anspruch auf Verbesserung der Praxis in sich trägt, als sie sich mit deren Grundlagen auseinandersetzt.

Weigand interessierten an Pruzinas Schulversuch folgende Fragen:

- Warum werden überhaupt grafikfähige Taschenrechner eingesetzt?
- Welche neuen Aufgaben ergeben sich?
- Wie ändern sich bestimmte Begriffsverständnisse?

Seines Erachtens stellen grafikfähige Taschenrechner wegen ihrer begrenzten Darstellungs- und Bedienungsmöglichkeiten nur ein Intermezzo in der Entwicklung dar.

Viele Teilnehmer – auch aus dem Plenum – betonten die Wichtigkeit der Beschäftigung mit den Denkstrukturen der Schüler. Die Diskussion der Theorie der mentalen Modelle, die Cohors-Fresenborg in seinem Vortrag vorgestellt hatte, nahm daher einen breiten Raum ein. Nach dieser Theorie gibt es (mindestens) zwei verschiedene Modi des Denkens ('prädikativ' und 'funktional'), die die Auseinandersetzung des Individuums mit der Umwelt prägen. Der heutige Mathematikunterricht ist weitgehend prädikativ ausgerichtet; so daß funktional denkende Schüler benachteiligt sind. Gerade die Arbeit mit dem Rechner ermöglicht diesen Schülern, eine Einheit zwischen Organisieren und Handeln auf der einen Seite und der formalen Ebene der Mathematik auf der anderen Seite zu sehen bzw. herzustellen.

In einem Modellversuch haben Schwank und Cohors-Fresenborg gezeigt, daß funktional denkende Schüler Mathematikaufgaben besser lösen, wenn diese handlungsorientiert formuliert sind und gegebenenfalls unter

Zuhilfenahme des Konzepts der Registermaschine bearbeitet werden können. Dieser Erfolg gründet vor allem darauf, daß die sprachliche Beschreibung von Begriffen und die daraus resultierende Frage der Schüler "Was soll das bedeuten?" aufgehoben werden durch eine Maschine, die tatsächlich funktioniert. Cohors-Fresenborg betonte, daß die dezidierte Rücksichtnahme auf den bei Schülern verbreiteten funktionalen Denkmodus die theoretischen Annahmen bestätigt hat und außerdem ganz praktisch dazu geführt hat, daß trotz des zusätzlichen Aufwands mit dem Konzept der Registermaschine sämtliche Vorgaben des Lehrplans in den betroffenen Schuljahren erfüllt wurden.

Weigand unterstrich den Wert des Konstruierens von Algorithmen bei der Formalisierung von Alltagssituationen. Jedoch war ihm nicht ganz einsichtig, warum bei diesem Prozeß das Konzept der Registermaschine zwischengeschaltet werden sollte. Er warf die Frage auf, ob die Schüler in dem Modellversuch die Manipulation der Terme vielleicht nur symbolisch vorgenommen haben, und schloß nicht die Möglichkeit aus, daß sie den Bezug dieser Terme zur Lösung von Alltagsproblemen gar nicht verstanden haben.

Aus dem Plenum wies Tietze, Göttingen, darauf hin, daß die Unterrichtserfolge des Modellversuchs eventuell auch auf Veränderungen bei den Lehrern im Gefolge des Computer-Einsatzes zurückzuführen sind, die nach seinen Untersuchungen in einer (positiven) Wandlung ihrer subjektiven Theorien über das Lernen der Schüler gesehen werden könnten.

Cohors-Fresenborg stellte noch einmal heraus, daß sein theoretischer Ansatz aus der Informatik lediglich das Paradigma des Computers übernimmt. Dieser verschiebt für die Schüler die Evidenzbasis, indem sie lernen, daß an einem Fehler nicht das Programm, sondern der Programmierer als Handelnder selbst schuld ist.

Aus zeitlichen Gründen konnte die Diskussion um die mentalen Modelle nicht zu Ende geführt werden; und u. a. folgende Fragen blieben offen:

- Welche Anteile, Ausprägungen und eventuelle Mischformen von funktional und prädikativ denkenden Schülern gibt es?
- Wie wirkt sich der Einsatz des Rechners (Registermaschine) auf die prädikativ denkenden Schüler aus?
- Ergibt sich durch die Theorie eine Möglichkeit, beispielsweise die Bruchrechnung so zu unterrichten, daß sie in allen Lebenslagen "funktioniert"?

● Bildungsziele und höhere Inhalte

Bildungsziele und Inhalte wurden entlang der von Herget artikulierten und häufig aufgegriffenen Frage "Wieviel Termumformung braucht der Mensch?" behandelt.

Nach Herget steht der Unterrichtsstoff der Mathematik in der (gymnasialen) Sekundarstufe I faktisch überwiegend im Dienste einer Vorbereitung der Analysis in der Sekundarstufe II. Über die Legitimationsproblematik hinaus beschäftigt ihn die Frage, was von diesen Inhalten in Zukunft noch nötig ist. Diese Frage läßt sich reduzieren und konzentrieren auf einzelne Teilinhalte wie 'Quadratische Gleichungen', 'Lineare Gleichungssysteme' oder 'Termumformungen'.

Weigand vertrat die Auffassung, daß durch den Einbezug des Computers oder die Integration informatischer Inhalte in den Mathematikunterricht kein Bildungsziel geändert oder erweitert werden muß und daß es in der Informatik selbst an spezifischen, wirklich in den Kanon einer Allgemeinbildung gehörenden Zielen fehlt.

Auch nach Pruzina ist keine Neuentwicklung höherer Bildungsziele erforderlich. Es ist vielmehr wichtig, die alten Ziele des Mathematikunterrichts, wie z. B. das Problemlösen, ernst zu nehmen. Zu fragen ist allerdings, warum sie in der Vergangenheit nicht entsprechend verwirklicht worden sind. Für die Zukunft stellt er sich eine Art 'Ideenschule' vor, die flexibles Denken fördert. Zugleich warnte er jedoch vor einer Überbewertung des Allgemeinbildungsgedankens, indem er aus einem grundlegenden Aufsatz von Flade & Walsch (ZDM 1990: S. 218-221) zitierte. Danach steht dem Kulturgutcharakter der Mathematik häufig das Fehlen einer praxis- bzw. berufsbezogenen Relevanz gegenüber, und auch ihr persönlichkeitsbildender Wert ist keineswegs erwiesen.

Demgegenüber betonte Cohors-Fresenborg die Bedeutung des formalen Bildungsauftrags der Mathematik, der insbesondere auch in der Bereitstellung einer Sprache zur präzisen Darstellung von Wissen besteht. Seines Erachtens gehören Sprachanalysen in den Mathematikunterricht, einschließlich der Erkenntnis, daß Fehler in der Syntax zu Fehlern bei der Rekonstruktion von Semantik führen können. Für die Schüler sollen kleine Vorstellungswelten zur Modellierung und Simulierung bereitgestellt werden. 'Verstehen' ist dabei wichtiger als 'Können' oder 'Anwenden'. Er forderte eine stärkere Abkehr von Inhalten, schränkte diese Forderung

jedoch zugleich dahingehend ein, daß nicht sämtliche Inhalte eliminiert werden dürften, und verwies dazu auf frühere Fehlentwicklungen bei der Einführung der Mengenlehre. Unter dem Gesichtspunkt der formalen Bildung jedenfalls brauchen Schüler heute weniger Termumformungen als früher.

Einen Beitrag aus dem Auditorium aufgreifend, in dem wiederum dem inhaltlichen Problemlösen im Mathematikunterricht ein besonderer Wert zuerkannt wurde, sprach sich Pruzina dezidiert gegen ein "Stricken ohne Wolle" aus.

● Herangehensweisen

Konkret forderte Herget die Formulierung anderer Mathematikaufgaben (im Sinne Winters), und zwar solcher, die mit divergenten statt mit konvergenten Strategien zu lösen sind. Solche sog. divergenten Aufgaben sind, im Gegensatz zu konvergenten, nicht planmäßig und automatisch ablaufend zu lösen. Sie sind weniger auf Drill abgestellt und erfordern in stärkerem Maße die Fähigkeit zum Mathematisieren. Mit ihnen soll die Kompetenz der Schüler zum Übersetzen vom Rest der Welt in die Mathematik und umgekehrt gefördert werden. Bei diesen Aufgaben ist der Computer ein geeignetes Hilfsmittel, um z. B. bestimmte Graphen zu liefern; zu denen dann entsprechende Terme zu entwickeln sind.

Hierzu merkte Weigand kritisch an, daß nach seinen Beobachtungen die bei einschlägigen Vorträgen vorgestellten divergenten Aufgaben i. w. stets dieselben sind, und er fragte, ob es sich dabei um Unikate handelt, und weiter, ob es schwierig ist, solche Aufgaben zu finden bzw. zu entwickeln.

Löthes Idealbild von Unterricht ist ein aktives Auseinandersetzen und Operieren der Schüler mit immer wieder neuen Objekten. Er sprach sich gegen die sog. "Papageien-Mathematik" aus, bei der etwas verkündet und dann nachgeplappert wird. Die Antwort auf die Frage, wieviel Termumformungen nötig sind, verändert sich im Laufe der Zeit. Jedenfalls soll mit Symbolen nicht als Selbstzweck hantiert werden. Er schloß sich Cohors-Fresenborg in der Betonung des Wertes der Mathematik als präzise Sprache an, ergänzte jedoch, daß die Informatik diesem Anspruch in gleicher Weise genügt.

Als wichtige neue Arbeitsform sehen Löthe und andere die Versprachlichung als Denk- und Argumentationshilfe sowie zur Bildung von Heuristiken. Durch dauerndes Tun ist

dabei eine Präzisierung der Sprache und der Gedanken anzustreben. Daraus ergibt sich, daß das gesprochene Wort im Unterricht wichtiger werden muß. Allerdings liegt der Wert der Mathematik nicht nur in der Darstellung, sondern auch Inhalte, insbesondere Verfahren, sind von Bedeutung.

● Bedeutung der Informatik und des Computers

Die Diskutanten wiesen dem Computer unterschiedliche Rollen bei der "neuartigen" Auseinandersetzung der Schüler mit der Mathematik zu. Die Bandbreite reichte von der Überzeugung, daß der Computer das Denken verändern kann und daß der Mathematikunterricht durch informatische Inhalte erheblich angereichert, wenn nicht gar partiell ersetzt werden muß, bis zu der Meinung, daß der Computer "nur" ein Hilfsmittel ist, um u. a. die Schönheit der Mathematik zu zeigen.

Der in diesem Zusammenhang immer wieder aufflammende Streit um die Eignung gewisser Programmiersysteme und -sprachen wirkt auf Herget wie ein Wettbewerb zwischen Zauberern, die aus verschiedenen Hüten stolz verschiedene Kaninchen hervorzaubern. Mit diesem plastischen Bild hatte er schon ganz am Anfang den Vorschlag verbunden, die Diskussion i. w. unabhängig von konkreten Systemen (etwa DERIVE oder SCHEME) zu führen, dem dann auch weitgehend gefolgt wurde.

Weigand fragte konkret nach, welche informatischen Inhalte im Mathematikunterricht gebraucht werden. Bezüglich der Begriffsbildung vertrat er die Auffassung, daß der Computer nur bei bestimmten Begriffsarten behilflich sein kann. Er wies auf die geometrischen Konstruktionsprogramme aus seinem Vortrag hin, die den Objektcharakter geometrischer Begriffe nahelegen und die Möglichkeit bieten, eine Figur aus verschiedenen Elementarobjekten aufzubauen, die dabei als Moduln eingesetzt werden. Auf diese Art erzwingen solche Konstruktionsprogramme die Arbeit mit strukturellen Begriffen auf einer höheren Ebene und fördern somit eine neue Art des Denkens. Dagegen ist, so Weigand, z. B. bei der grundlegenden inhaltlichen Bildung des Integralbegriffs der Wert des Computers nicht erkennbar.

Herget wandte ein, daß im Mathematikunterricht auch ohne den Computer schon immer modular gearbeitet wird und die Idee des modularen Denkens nichts wesentlich Neues ist. Als Beleg führte er gerade die Dreiecks-

konstruktionen an, bei denen nach anfänglicher Ausführlichkeit irgendwann einmal z. B. die Seitenhalbierenden nicht mehr Schritt für Schritt erzeugt, sondern als Moduln fertig eingesetzt werden. Diese modulare Arbeitsweise wird mit Hilfe des Computers lediglich ergänzt und fortgeführt.

Löthe wiederum vertrat die Überzeugung, daß bestimmte mathematische Begriffe durch den Computer zumindest besser zugänglich werden. So besteht, wie Wagenknecht, Ludwigsburg, vorgetragen hatte, z. B. in SCHEME die Möglichkeit, eine Folge als potentiell unendliches Objekt darzustellen und mit ihr insgesamt als Objekt umzugehen. Dagegen, so Löthe, kann im herkömmlichen Mathematikunterricht nur mit einzelnen Folgegliedern operiert werden. Der Wert des Computers besteht insbesondere auch darin, daß mit ihm sowohl experimentelles, als auch begriffliches Arbeiten möglich ist und diese beiden grundlegenden Arbeitsweisen integriert werden können. – Weigand bezweifelte jedoch, daß bei der von Löthe erwähnten Behandlung der Fibonacci-Folge tatsächlich informatische über mathematische Ideen hinaus zum Tragen gekommen sind.

Vor dem Hintergrund, daß anwendbare Mathematik nur durch die Nutzung des Computers zu vermitteln ist, sprach sich Löthe für das Algorithmieren und das Programmieren im Unterricht aus und forderte die Behandlung informatischer Inhalte, soweit sie für das Studium der Mathematik notwendig sind. Mathematik darf nicht durch den Einsatz bestimmter Programmiersysteme zu einer "Druckknopf-Mathematik" degradiert werden. Weigand widersprach dieser Rede vom Arbeiten mit solchen Systemen mit dem Hinweis, daß dadurch deren intellektueller Gehalt unterschätzt wird.

Herget war sich zwar mit Löthe darin einig, daß das Programmieren in den Mathematikunterricht gehört, er plädierte aber für einen geringeren Umfang und erklärte die Einsicht in Möglichkeiten und Grenzen zum vordringlichen Ziel, wobei er (konsequenterweise) die Favorisierung bestimmter Programmiersprachen ablehnte.

Angesichts des breiten Spektrums, das vom hochkomplexen Symbolisieren mit höheren Programmiersprachen bis zum sinnvollen Bedienen von Programmiersystemen reicht, stellte Löthe abschließend pragmatisch die folgende *Frage an die Bildungspolitik*:

- Was aus diesem Spektrum soll im Mathematikunterricht für welche Art von Schülern (von der Hauptschule bis zum Gymnasium) unterrichtet werden?