Prof. Dr. Peter Bender
U-GH Paderborn
Fb 17Mathematik
SS 93

Fachdidaktisches Praktikum Primarstufe
Domschule Paderborn
3. Schuljahr
Am Bischofsteich 44, Tel. 541358
Klassenlehrerin: Frau Schniedermann Tel. 4568

Thema: Größen und Geometrie

Einstieg in die Flächen-Messung (im 3. Schuljahr)

Unterrichts-Einheit, auf zwei Stunden angelegt
Stunde am 05.05.1993
gehalten von Peter Bender

Inhalt

0. Vorbemerkungen 1
1. Umfeld der Klasse und der Schule 2
1.1 Zur Schule 2
1.2 Zur Klasse 3
1.3 Persönliche Voraussetzungen der Kinder 4
2. Didaktische Analyse 5
2.1 Didaktisch orientierte Sachanalyse 5
2.2 Rechtfertigung des Themas 9
2.3 Fachliche Voraussetzungen 10
2.4 Lernziele 10
3. Didaktisch-methodische Analyse 11
3.1 Grober Ablauf der Stunde 11
3.2 Arbeitsformen 12
3.3 Medien, Arbeitsmittel 13
3.4 Erläuterung der verwendeten Formen, Maße, Sprech- und Schreibweisen 14
3.5 Differenzierung 16
3.6 Lernzielerreichungs-Kontrolle, Festigung 17
4. Verlaufs-Übersicht 17
4.1 Vorbemerkungen 17
4.2 Verlaufs-Plan 18
5. Nachbereitung 19

0. Vorbemerkungen

Als Teil der Vorbereitung wird vom Dozenten am Anfang eine Stunde mit folgenden Absichten gehalten: Den Praktikanten

— eine Form der Unterrichtsvorbereitung vorstellen,
— mit einer ausführlichen Nachbesprechung eine Vorlage für entsprechende Diskussionen im Praktikum liefern,
— die Möglichkeit bieten, Probleme aller Art anzusprechen,
— Gelegenheit geben, die Schüler, den Arbeitsstil der Klasse und das Umfeld kennzulernen.

Außerdem soll diese Unterrichts-Vorbereitung, -Durchführung und -Nachbereitung als Beispiel in der Vorlesung "Einführung in die Didaktik der Mathematik für Primarstufenlehramts-Studenten" herangezogen werden. Aus diesem Grund wird der Unterricht mit einer Video-Kamera aufgenommen und unterscheidet sich schon deshalb von gewöhnlichem Unterricht. Auch das Thema erscheint zunächst ungewöhnlich für ein drittes Schuljahr. Seine Eignung werde ich weiter unten diskutieren und, hoffentlich, in der Stunde unter Beweis stellen. Es gehört einerseits zum General-Thema des Praktikums und kollidiert andererseits nicht mit den Inhalten, die die Mehrzahl der Praktikanten bearbeiten soll.

In dieser Klasse habe ich schon zwei Praktika durchgeführt, und ich kenne die Kinder, die Umgangsformen und die äußeren Bedingungen schon recht gut, werde allerdings vor meiner Stunde zwecks Auffrischung der Bekanntschaft noch einmal kurz hospitieren. Natürlich sind meine Kenntnisse noch lange nicht hinreichend tief, und sie gehen in die Unterrichts-Vorbereitung nicht allzu intensiv ein. Allerdings liegt hier auch nicht der Schwerpunkt des fachdidaktischen Praktikums, sondern auf der Umsetzung fachdidaktischer Theorien.

1. Umfeld der Klasse und der Schule

1.1 Zur Schule

Die Domschule liegt etwas außerhalb der Innenstadt und nicht etwa in der Nähe des Doms, wie man zunächst wohl vermuten würde. Sie hat eine lange und wechselvolle Geschichte hinter sich, die weit ins Mittelalter zurückreicht und in der der geographische Ort immer weiter vom Dom wegrückte bis hin zu einem Gebäude am Schützenweg. Ebenso änderten sich immer wieder der Schultyp und die Schüler-Klientel. Ihren heutigen Charakter hat sie erst seit 1978, als nach der Schulreform der sechziger Jahre die Volksschule in Grund- und Hauptschule gegliedert wurde und die Grundschule in die Pavillons am Bischofsteich zog.

Diese Pavillons waren zunächst nur als Behelf gedacht; aber inzwischen hat sich die Schule mit ihren Angehörigen gut eingerichtet. Zeitweise bestand die Gefahr, daß die Schule aufgelöst würde, nachdem sie vorübergehend einzügig geworden war. In der Zwischenzeit ist sie aber wieder zweizügig, und ihr Bestand scheint gesichert zu sein. Dies wird von den Lehrern nicht nur aus Arbeitsplatz-Gründen begrüßt, sondern die Schule hat zwei starke Vorteile: Sie liegt im Grünen in einer ruhigen Gegend, weswegen der Unterricht frei von Straßenlärm durchgeführt werden kann und der Schulweg nicht so gefährlich ist; und: sie ist überschaubar mit acht Klassen, zehn Lehrpersonen, zwei Referendaren und etwa 150 Kindern.

Das Einzugsgebiet der Schule umfaßt gepflegtere Wohngebiete, aber auch solche mit sozial schwachen Bewohnern. Sowohl die soziale Schichtung insgesamt, als auch speziell der Anteil von Ausländer- und Aussiedler-Kindern entspricht etwa deren Gesamtanteil in Paderborn. Ihre Anwesenheit wird als Bereicherung empfunden, und man geht davon aus, daß auch sie durch den Besuch einer deutschen Schule bereichert werden. Speziell die Aussiedler leben derzeit in extrem beengten Wohnverhältnissen (z.B. eine ganze Familie zu sechst in einem Raum). Dies stellt naturgemäß einerseits ein Hemmnis für den Schulerfolg und überhaupt für die Entfaltung der Persönlichkeit dar. Andererseits scheint die soziale Struktur in diesen Familien zumeist ausgesprochen intakt zu sein, so daß diese Kinder von zu Hause erhebliche Förderung erfahren. Jedenfalls sind dabei ausgesprochen leistungsfähige Kinder.

Es gibt einen Schulkindergarten für schulpflichtige, aber noch nicht schulfähige Kinder, der allerdings einen größeren Einzugsbereich als die Schule selbst hat.

1.2 Zur Klasse

In der Klasse sind 21 Kinder, davon 8 Ausländer (4 Türken/Kurden: Gökhan, Gülcan, Didem, Risa, 1 Iraner: Peyman, 1 Tunesier: Kacem, 1 Italiener: Rosario, 1 Griechin: Maria). Es sind 9 Mädchen und 12 Jungen. Im Verhalten der Schüler untereinander, auch zwischen den Geschlechtern, sind keine Auffälligkeiten festzustellen. Natürlich haben Mädchen und Jungen schon tendenziell ihre Rollen angenommen, was sich an den Freundschaften, am Verhalten in der Pause oder auch bei freier Wahl der Sitzordnung z.B. beim Sitzkreis zeigt: dort findet schon eine starke Geschlechter-Trennung statt; und diese hat nach meiner Beobachtung in den knapp anderthalb Jahren, seit ich die Klasse kenne, noch zugenommen.

Frau Schniedermann führt die Klasse seit dem 1. Schuljahr, und — wie ich feststellen konnte — die Schüler haben zu ihr ein sehr enges und gutes Verhältnis; — allerdings haben sie in den beiden Praktika bisher auch mich und dann die Studenten sofort akzeptiert.

Die Elternschaft ist zwar sehr am Geschehen in der Klasse interessiert; aber die Eltern überlassen (wie es sich i.w. gehört) der Lehrerin, was sie zu tun hat. An der Vorbereitung des Schulfests z.B. wirkten sie jedoch aktiv mit.

Ein wichtiges Kriterium in der bisherigen Arbeit von Frau Schniedermann ist die Förderung sozial-integrativen Verhaltens, eine besondere Aufgabe angesichts der sehr unterschiedlichen kulturellen Herkunft der Schüler. Insbesondere bei der Sitzordnung hat sie darauf geachtet, daß Schüler mit (passiver oder aktiver) Tendenz zum Außenseitertum i.w.S. von stärker integrierten bzw. integrativen Schülern 'aufgefangen' werden. Lediglich ein Schüler wurde extra gesetzt, weil von ihm zu starke Störungen ausgingen. Allerdings ist auch dieser im Unterricht durchaus eifrig, verbunden mit einer gewissen Vorwitzigkeit.

Im hinteren Teil der Klasse befindet sich eine abgetrennte, gemütlich mit (alten) Polstermöbeln und einem Teppich eingerichtete Ecke, in der die Klasse regelmäßig zur Sammlung zusammenkommt. Diese Ecke kann man für Unterrichts-Gespräche im Sitzkreis verwenden. Dort befinden sich auch Bücher und sonstige Materialien. Insgesamt ist die Klasse freundlich eingerichtet und mit Arbeiten der Schüler geschmückt.

1.3 Persönliche Voraussetzungen der Kinder

Ein Hauptzweck von einem Teil der Stunden-Vorbereitung wie 1.2 besteht darin, daß man sich mit den Kindern und ihrem Umfeld befaßt und die Planung nicht ausschließlich am Stoff ausrichtet und für eine abstrakte Lerngruppe vornimmt, sondern für diese 21 Menschen, die man persönlich nur ungenügend kennenlernen kann. Außerdem ergeben sich auch hier schon hin und wieder konkrete Hinweise für den Unterricht, z.B. ganz vordergründig: Wo kann man praktische Messungen im Gebäude und im Gelände vornehmen; oder: kann man zum Zwecke der Motivation des Flächen-Vergleichs Familien auftreten lassen, die Häuser und Gärten besitzen; usw.

Ich persönlich kenne die Schüler allerdings erheblich besser, da ich sie in den Praktika intensiv erlebt habe. Trotzdem möchte ich nicht flächendeckend detaillierten Charakteristiken auf der Basis der Unterlagen von damals (Stunden-Beobachtungen und -Nachbereitungen) abgeben, da die Praktikanten sich selbst vorurteilsfrei ein Bild machen sollen. - Lediglich exemplarisch drei Kurz-Beschreibungen: Der Schüler X leistet die meisten tragenden Beiträge zum Unterricht. Mit drei anderen Jungen und einem Mädchen stellt er die Spitze in Mathematik dar. Vor diesen zeichnet er sich aber noch durch Originalität aus. Seine Äußerungen sind nie abwegig; im Gegenteil: er erkennt i.w. immer, worauf die Lehrperson hinaus will. Obwohl der Unterricht ihn offenbar unterfordert, läßt er in seinen Meldungen nie nach. Er hat ein ausgesprochen konstruktives Wesen und scheint sich besonders gut in die Lehrperson versetzen zu können. - Die Schülerin Y ist Ausländerin, und sie ist noch so wenig des Deutschen mächtig, daß man häufig die Dolmetscher-Dienste von Mitschülern braucht, die auch aus ihrem Land stammen. Sie ist erst später in die Klasse bekommen und hat monatelang Einzel-Förderunterricht erhalten, wobei erhebliche Schwächen sich auch in nicht-sprachlichen Themen wie gerade in der Mathematik zeigten und nicht beseitigt werden konnten. Einer Meldung zur Sonderschule widersetzten sich die Eltern bisher. Neben ihrem ordentlichen Äußeren nehme ich dies als Hinweis, daß das Mädchen von Elternhaus aus keineswegs vernachlässigt ist (sonst wäre es den Eltern vermutlich egal). — Die Schülerin Z hat noch Anfang 1992 einen ausgesprochen unkonzetrierten, unaufmerksamen und verspielten Eindruck gemacht. Im März 1993 dagegen hat sie durchweg gut mitgearbeitet. Dies konnte man zunächst vielleicht noch damit erklären, daß ihre Eltern sie unter Druck gesetzt haben, in der Schule mehr zu leisten. Aber ihre Steigerung zeigte sich eben nicht nur in erhöhter Aufmerksamkeit und Mitarbeit, sondern in einer merklichen Substanz ihrer Beiträge, wodurch sie nach meiner Einschätzung in Mathematik, mündlich, vom unteren ins obere Leistungs-Drittel der Klasse vorgerückt ist.

Solche 'Beurteilungen' dürfen nicht dazu führen, daß man den Unterricht so genau plant, daß man schon vorher festlegt, welchen Schüler man an welcher Stelle aufrufen will. Es ist zwar gut zu wissen, auf wen man sich in entscheidenden Situationen verlassen kann und wem man bei einfacheren Fragen eine Chance geben sollte. Im Gefolge einer allzu straffen Gesprächs-Führung besteht jedoch ebenfalls die Gefahr der Lehrperson-Dominanz; und diese ist zu vermeiden.

Die 'Beurteilungen' dürfen auch nicht zur Abstemplung führen. Dies gilt schon für den alltäglichen Unterricht, aber erst recht für das Praktikum. Dieses hat ja auch einen kompensatorischen Charakter, da Inhalte, Lehrpersonen und Vorgehensweisen z.T. anders als gewohnt sind. Selbstredend werden sich auch und gerade im Praktikum Probleme und Leistungs-Unterschiede ergeben; aber die Schwächen müssen ad hoc in den Stunden bemerkt und abgestellt werden.

Solche 'Beurteilungen' haben vielmehr den Zweck, daß die Lehrperson auf die individuellen Bedürfnisse der Kinder eingehen kann, und zwar sowohl auf der pädagogischen, als auch auf der didaktisch-methodischen Ebene: In den Übungen und eventuell schon bei der Hinführung zu Begriffen differenzierende Maßnahmen vorsehen; vor allem aber Schüler-Äußerungen angemessen bewerten und auf sie in geeigneter Weise reagieren.

Die Schüler sind es gewöhnt, auch über einen längeren Zeitraum selbständig zu arbeiten, z.B. eine ganze Stunde lang ein Bild zu malen. Natürlich kommen dabei einige ständig zur Lehrerin gelaufen, zum Zeigen und Fragen; und außerdem könnte die Ausdauer in Geometrie oder Sachmathematik weit stärker strapaziert werden als in Kunst.

2. Didaktische Analyse

2.1 Didaktisch orientierte Sachanalyse

Wie bei allen Größen kann man auch Flächeninhalte direkt miteinander vergleichen, indem man Flächen z.B. ausschneidet und aufeinanderlegt. Häufig bedarf es aber weiterer Manipulationen wie Zerlegen in kleinere Flächen und Umordnen. Noch mehr als bei anderen Größen bietet es sich hier an, den Vergleich von Flächen über Einheits-Flächen vorzunehmen, d.h. festzustellen, wie oft eine bestimmte Einheits-Fläche in die eine und wie oft sie in die andere Fläche paßt, d.h. zwei Maßzahlen zu ermitteln und mit deren Hilfe den Vergleich durchzuführen. In jedem Größenbereich hat die Verwendung von Maßzahlen den Vorteil, daß auch ein Bezug zu anderen Größenbereichen möglich ist: z.B. soundsoviel kg Farbe in Abhängigkeit von soundsoviel qm Wandfläche; und daß die geometrischen Objekte nicht selbst zur Hand sein müssen, sondern durch eben ihre Maßzahlen hinreichend intensiv repräsentiert werden. Ersichtlich ist es nämlich bei Flächen oft gar nicht möglich, diese, oder auch nur maßstabs-gerechte Zeichnungen von ihnen auszuschneiden und sie ins Farben-Geschäft, auf das Grundbuch-Amt, zum Saatgut-Händler, zum potentiellen Mieter, zum Naturschützer oder zum Redakteur des Statistischen Jahrbuchs zu bringen. Dank der Maßzahl ist es auch meistens nicht nötig.

Allerdings hat die Verwendung von Maßzahlen den Nachteil, daß über die Fläche, auf die sich bezieht, viel Information verloren geht: Z.B. kann das Tapezieren einer kleinen Wand-Fläche erheblich aufwendiger als das einer großen Wandfläche sein, wenn nämlich der Aufbau komplizierter ist. Wieviel Saatgut man braucht, hängt nicht nur von der Größe, sondern auch von der Güte des Feldes ab. Die Miete bemißt sich nicht nur nach der Größe der Wohnung, sondern auch nach Lage, Ausstattung usw.

Diese Vor- und Nachteile der Verwendung von Maßzahlen für Flächen und andere geometrische Objekte spiegeln sich auch im Schul-Unterricht wieder. Häufig ist nämlich die Geometrie zu einem Formel-Rechnen mit Maßzahlen degeneriert, und von Raum-Anschauung und ähnlichen genuin 'geometrischen Fähigkeiten' finden sich kaum noch Spuren. Für Schüler und Lehrer ist ein solcher Unterricht natürlich viel bequemer als z.B. der Umgang mit räumlichen Objekten, insbesondere das Herstellen und Transportieren.

Beim Flächeninhalt gerät der Unterricht besonders leicht in den Strudel des Formel-Rechnens. Zum einen liegen bei diesem Thema nicht so vielseitige Anwendungen auf der Hand; zum anderen geht es häufig um die Berechnung eines Flächeninhalts aus gewissen Längen-Angaben. Tatsächlich hat der Flächeninhalt sekundären Charakter; er baut sich auf Längen auf. Während dort aber auf der Hand liegt, welches Einheits-Objekt zu nehmen ist, nämlich eine Strecke, kämen für den Flächeninhalt zunächst auch nicht-quadratische Rechtecke oder gleichseitige Dreiecke in Frage. In unsere Rechte-Winkel-Welt passen wohl Rechtecke besser als Dreiecke; und es ist eigentlich nur nachteilig, eine Einheits-Fläche mit zwei verschiedenen Seitenlängen zu haben, so daß das Quadrat die gegebene Einheits-Fläche ist, und zwar das mit Seitenlänge 1 m, d.h. das Meterquadrat.

Für eine Fläche wird nun die Maßzahl folgendermaßen bestimmt: Man legt sie lückenlos und überlappungsfrei mit Meterquadraten aus (hier geht ganz stark die zentrale Idee des Passens ein), und die Anzahl der verwendeten Quadrate ist die Maßzahl, der Flächeninhalt. Noch mehr als bei Längen tritt hier das Problem auf, daß die meisten Flächen nicht vollständig mit ganzen

Meterquadraten ausgelegt werden können. Dann muß man eben Teile von Meterquadraten nehmen und kommt dann zu Ergebnissen wie: In diese Fläche passen 17 3/8 Meterquadrate. Und irgendwann landet man bei der Integral-Rechnung. Wie bei anderen Größen werden auch beim Flächeninhalt kleinere Einheiten eingeführt. Während man dies bei Längen u.a. schon im 2. Schuljahr macht, werden unterschiedliche Einheiten beim Flächeninhalt erst in der SI behandelt.

Eine andere Schwierigkeit besteht darin, daß bei Längen sehr früh die eigentliche Bedeutung des Messens verloren geht (wenn sie denn je ausgebildet wird, da sie auch bei vielen Lehrpersonen nicht vorhanden sein dürfte): Auslegen der zu messenden Strecke mit der Einheits-Strecke und Abzählen, wie viele Exemplare in die gegebene Strecke passen. Stattdessen wird der Maßstab angelegt und die Länge abgelesen, und die Interpretation, daß 148 cm bedeutet, daß die Einheits-Strecke 1 cm in die gegebene Strecke 148mal hineinpaßt, ist häufig nicht vorhanden. Diese unzureichende Begriffs-Bildung wird gern auf den Flächeninhalt übertragen (woran die Lehrperson häufig mit schuld ist): Da geht es anfangs fast ausschließlich um Rechtecke; und dabei muß man zweimal den Maßstab anlegen und dann multiplizieren, wobei das Auslegen mit Einheits-Quadraten in den Hintergrund gedrängt wird.

Daß hier ein völlig oberflächlicher, um nicht zu sagen, falscher Begriff vom Flächeninhalt ausgebildet wird, kann man schon daran erkennen, daß viele Schüler Flächeninhalt und Umfang verwechseln. Aus weiteren Gründen ist die Didaktik hierfür mit verantwortlich: Im Vergleich zu seiner tatsächlichen Bedeutung wird der Begriff des Umfangs nämlich überbetont, auch dadurch, daß überhaupt eine Formel für ihn gelehrt wird. Dieses $2 \cdot (a+b)$ ergibt sich dermaßen trivial aus dem eigentlichen Begriff (die Längen aller Seiten sind zu addieren), daß die Formel überflüssig ist. Die Formel $a \cdot b$ für den Flächeninhalt dagegen ist wichtig; allerdings ergibt sie sich bei ordentlicher Behandlung fast von selbst.

Die Größe des Einheits-Quadrats ist, wie gesagt, durch die Länge der Einheits-Strecke bestimmt. Es war ein großer Fortschritt für die Menschheit, an dem allerdings bis heute manche Länder noch nicht teilnehmen (z.B. die USA), als gegen Ende des 19. Jahrhunderts weltweit eine einheitliche Länge eingeführt wurde, das Meter, $\frac{1}{40.000.000}$ des Erd-Umfangs (schon uneindeutig wegen der Abplattung der Polkappen; und ungenau). Ein Standard-Exemplar, das Ur-Meter, aus Platin-Iridium, wird bei einer bestimmten Temperatur an einem bestimmten Ort in Paris aufbewahrt, und alle auf der Erde vorhandenen Maßstäbe sind letzten Endes Abkömmlinge von diesem Ur-Meter (und mußten z.B. auch erst einmal von Europa nach Amerika transportiert werden). Heute verwendet man als Einheit die Vakuum-Wellenlänge der orangen Spektrallinie eines bestimmten Krypton-Isotops und ist dadurch genauer und nicht mehr von Referenz-Größen abhängig. Der Nachteil besteht darin, daß man damit keine handlichen Größen mehr hat. Gearbeitet wird immer noch mit Metern, aber 1 m ist eben nicht mehr als die Länge des Platin-Iridium-Stabes in Paris definiert, sondern als das 1.650.763,73fache der o.a. Wellenlänge.

Längen-Messung ist gegenüber der Flächen-Messung außer- (und inner-) halb der Schule viel geläufiger. Jedermann ist betroffen von sehr kleinen bis hin zu sehr großen Längen, während relevante Flächeninhalte eher im Bereich von qm (und größer) angesiedelt sind (vgl. die obige Aufzählung). Wenn man also den Schülern von vorneherein den Bezug zur Umwelt deutlich machen will, arbeitet man günstigerweise in diesen Größenordnungen und nicht etwa mit kleinen Figuren im Heft. Solche kommen vielmehr nur als maßstabstreue Abbildungen in Frage, und die Kästchen bedeuten dann immer noch Meterquadrate. Natürlich kommt eine Umrechnung zwischen Flächeninhalts-Einheiten im 3. Schuljahr noch nicht in Frage, weil dies noch komplizierter als bei Längen-Einheiten wäre, besonders auch in ihrem Zusammenhang zu diesen.

Ein anderer Nachteil von Flächeninhalten liegt darin, daß das Messen durch Auslegen mit mehr Hindernissen verbunden ist als die entsprechende Aktivität bei Längen. Dort kann man, wenn einem eine Strecke nicht zugänglich ist, oft leicht eine Ersatz-Strecke, von der man weiß, daß sie genauso lang ist, messen; z.B. zur Messung von Körpergrößen markiert man eine Ersatz-Strecke an der Wand und mißt diese. Bei Flächeninhalten ist dies ersichtlich nicht so einfach möglich: Man stelle sich nur einmal das Ausmessen mit Meterquadraten eines Klassenzimmers mit seinen vielen Möbelstücken vor. Das ist offensichtlich viel einfacher über das Ausmessen der Seitenlängen möglich.

Nicht zuletzt ist zu bedenken, daß es für Längen fertige Geräte gibt, die ein sehr genaues Messen ermöglichen, während solche Geräte für Flächeninhalte nicht geläufig sind. Man behilft sich eben mit Längen-Messern. Der entscheidende Vorzug solcher Längen-Messer mit Skalen ist der, daß nicht mehr die Einheits-Länge sehr oft angelegt (und abgezählt) werden muß, sondern daß diese Aktivitäten eben in dieses Meß-Gerät ein- für allemal "gegossen" sind, was für die praktische Arbeit unumgänglich ist.

Für die Begriffs-Bildung von Größenbereichen und vom Messen ist dieser Ersatz tatsächlicher oder vorgestellter Aktivitäten durch eine fertige Skala aber eher schädlich. Bei den Längen läßt es sich wohl kaum vermeiden, schnell zu den Meß-Geräten überzugehen, weil diese geläufig sind. Aber bei den Flächeninhalten besteht die Chance, die Schüler den ausführlichen Meß-Vorgang in seiner primitiven und unverfälschten Form erleben zu lassen.

Hierin liegt sogar ein Argument für den Zugang bereits im 3. Schuljahr. Je später man nämlich mit dem Flächeninhalt beginnt, desto stärker ist das Messen mit dem Ablesen eines Werts auf einer Skala identifiziert und desto größer ist die Gefahr, daß alle Beteiligten schnell auf Formeln und Rechnungen lossteuern und die eigentliche Begriffsbildung des Messens von Flächeninhalten i.w. übergehen.

2.2 Rechtfertigung des Themas

Mit dem Thema werden die drei großen Bereiche 'Geometrie', 'Größen' und 'Arithmetik' miteinander verflochten. Gerade der Geometrie-Unterricht in der Primarstufe erhält seit kurzem wieder Auftrieb, weil

— Geometrie in der Primarstufe nicht an ein kanonisches Curriculum gebunden ist und damit Lehrpersonen und Schülern mehr Freiräume offenstehen (was auch mit diesem The ma ausgenutzt wird),
— in ihr Leistungs-Unterschiede aus der Arithmetik kompensiert werden können,
— mit ihr ein stärker spielerischer und künstlerischer Zug im Mathematik-Unterricht realisiert werden kann,
— im Zeitalter elektronischer Rechner Rechen-Fertigkeit an Bedeutung verliert und Raumanschauungs-Vermögen, das geometrische Darstellen von Sachverhalten und das Lesen, Interpretieren und Verstehen solcher Sachverhalte an Bedeutung gewinnt,
— motorische Fertigkeiten gefördert werden können.

Nun ist der Flächeninhalt keine Raum-Geometrie und damit nur eine gebremste Form von Geometrie, aber partiell gelten die Gründe auch für ihn.

Die Rechtfertigung der Behandlung von Größenbereichen überhaupt, und speziell des Flächeninhalts, und dies ansatzweise schon im 3. Schuljahr, ist i.w. in 2.1 geleistet, wo ich die Sachanalyse bewußt didaktisch orientiert habe, und wird in 2.4 noch untermauert.

Die Arithmetik kommt folgendermaßen ins Spiel: Ein Kernpunkt des Unterrichts wird die Einsicht sein, daß man die vielen Meterquadrate nicht einzeln abzählen muß, sondern daß dies auf geschicktere Art und Weise möglich ist, nämlich durch Ausgliedern von rechteckigen Feldern, Ermittlung von deren Seitenlängen (in folgendem Sinn: wie viele Quadrate passen an eine Seite?) und Multiplikation. Damit wird

— überhaupt die Multiplikation geübt,
— einsichtig, wofür die Multiplikation nützlich ist,
— eine Strategie deutlich, mit der eine relativ unstrukturierte Menge zur Bestimmung ihrer Mächtigkeit ohne großen Aufwand für die Anwendung der Multiplikation aufbereitet wird.

Es sei noch einmal betont, daß nur eine allererste Begrifflichkeit des Flächeninhalts angezielt wird.

2.3 Fachliche Voraussetzungen

Es wird das Schulbuch "Keller-Pfaff: Mathematik 3. Offenburg: Mildenberger" verwendet. Das Buch ist ansprechend und solide aufgemacht; es strotzt aber nicht gerade von zündenden Ideen, auch und gerade bei unserem Thema "Größen und Geometrie". Dieser Mangel ist z.T. ein grundsätzlicher des Mediums 'Schulbuch' überhaupt: Für viele interessante Aktivititäten ist es charakteristisch, daß sie vielleicht im Buch angeregt werden können, sich dann aber weit von diesem entfernen. Da es neben dem didaktischen auch einen merkantilen Aspekt hat, darf es sich durch die bloße Anregung von Aktivitäten nicht selbst überflüssig machen. Schließlich muß man einfach zur Kenntnis nehmen, daß sich auf dem Markt ein gewisser Typ durchgesetzt hat.

Geometrie und Größen wurden bis jetzt schwerpunktmäßig im Praktikum behandelt, woraus sich gewisse Mängel ergeben. So mancher Inhalt wurde nur in einer Stunde "eingeführt", aber oft dieses schon nicht hinreichend gründlich; und meist nicht vertieft, geübt o.ä.

Vorerfahrungen zu Flächen und zum Messen wurden schon vielfältig gemacht, z.B.

- Auslegen von Flächen mit Grundformen,
- Muster drucken, legen und zeichnen,
- Flächen vergleichen,
- Längen- und Zeitmessung, Umgang mit Geld.

Speziell die Einheit 'Flächen vergleichen' kann man als eine direkte Vorbereitung für das vorliegende Thema betrachten. Es fehlte dort allerdings der Umwelt-Bezug und auch, schulbuchtypisch, eine Motivation, warum man wohl Flächen vergleichen will. Außerdem konnte im Praktikum nur ein Teil der im Schulbuch (S.50-51) vorgesehenen Einheit realisiert werden, und ein Schwerpunkt lag überflüssigerweise auf einem Pfeil-Diagramm für die Relation 'ist größer als' zwischen den betrachteten Flächen. Bei diesen war die Einteilung in Karos bereits vorgegeben, wodurch die eigentliche Idee des Messens verwässert wurde. Schließlich war die Größe der Einheits-Fläche völlig willkürlich gewählt.

In der Arithmetik wird additiv im 1000er-Raum gearbeitet; Multiplikation mit einstelligen Einer- und 10er-Zahlen, sowie Division mit und ohne Rest sind vorhanden. Natürlich wird sich da noch so mancher Rechen-Fehler einschleichen; dies ist aber nicht weiter tragisch.

2.4 Lernziele

In der bisherigen Analyse sind die Lernziele implizit i.w. schon enthalten; sie sollen aber im folgenden noch einmal explizit aufgelistet werden. Sie beziehen sich schwerpunktmäßig auf die erste Stunde, z.T. aber auch auf die Weiterführung.

— Die Schüler sollen wissen:
  - (i) Zum Größen-Vergleich von Flächen reicht der Augenschein oft nicht, sondern es muß gemessen werden. Allerdings ist die Größe nicht das einzige Kriterium zur Bewertung.
  - (ii) Flächen-Messen heißt Feststellen, wie oft eine Einheits-Fläche in eine gegebene Fläche paßt. Dazu muß man diese Fläche mit Einheits-Flächen auslegen.
  - (iii) Die Einheits-Flächen sind durch Konvention festgelegt, nämlich Quadrate mit Seitenlänge 1 m.
  - (iv) Rechtecke können mit Hilfe der Multiplikation besonders einfach gemessen werden. Deshalb teilt man Flächen möglichst in Rechtecke ein.
  - (v) Die Flächeninhalte von Teil-Flächen sind zu addieren.
  - (vi) Nicht auslegbare Rest-Stücke müssen auch berücksichtigt werden.
  - (vii) Flächen unterschiedlicher Form können gleichgroß sein.

— Sie sollen Vorstellungen zu Flächen-Größen entwickeln.

— Sie sollen die Mühsal, praktische Hindernisse, Ungenauigkeiten bei realen Messungen erfahren.

— Sie sollen den Wert der Arbeit mit zeichnerischen Modellen erkennen.

— Sie sollen den Wert der Rückführung auf die Längen-Messung erkennen.

— Sie sollen die Multiplikation als nützliche Operation erfahren.

Dabei sind das Wissen, die Erkenntnisse und Erfahrungen langfristig angelegt, die jetzt noch nicht stabil, sondern eher in der Form von Vor-Erfahrungen ausgebildet werden und noch nicht verbalisiert werden müssen.

3. Didaktisch-methodische Analyse

3.1 Grober Ablauf des Unterrichts

Am Anfang wird folgende Situation aufgebaut: Zwei Kinder mähen je ein Rasenstück; ein Kind ist schneller fertig als das andere. Die beiden diskutieren mögliche Ursachen (z.B. höheres Gras-Wachstum, schnellere Arbeit) und kommen auf den Gedanken, daß ihre Rasenstücke unterschiedlich groß sind.

Diese sind an der Tafel maßstäblich aufgezeichnet. Die Schüler sollen die Größen vergleichen und dabei feststellen, daß es mit dem Augenschein oder naiver Längen-Messung nicht getan ist. Ich bezweifle stark, daß die Schüler an die oben zitierte Stunde über den Flächen-Vergleich anknüpfen und das Auslegen mit einer Einheits-Fläche vorschlagen (u.a. weil damals die Quadrate nicht gelegt wurden, sondern als Karo-Muster bereits vorhanden waren). Daher werde ich voraussichtlich selbst diese Idee (innerhalb der Geschichte) einbringen. Vor allem wissen die Kinder auch nicht, wie groß die Quadrate zu sein haben. Bei ihrem Vergleich ist das zwar egal, aber mir kommt es sehr wohl auf das Kennenlernen eines konventionellen Maßes an, und daher lasse ich in der Geschichte einen Erwachsenen auftreten, der ihnen ein Meterquadrat zur Verfügung stellt, wie ich es auch in die Stunde mitbringe.

Das komplette Auslegen der Flächen und Auszählen der Einheiten ist offensichtlich zu langwierig. Die Aufgabe wird an die Schüler delegiert. Für sie habe ich Arbeitsblätter vorbereitet, auf denen die Flächen bereits fertig kariert abgebildet sind. Die Aufgabe der Schüler ist nun die Bestimmung der Anzahlen in Allein-Arbeit, und zwar möglichst geschickt unter Einbezug von Rechnen. Hier sollen die Schüler den Einsatz der Multiplikation als abgekürztes Rechen-Verfahren entdecken, mit der Voraussetzung, daß geeignete Rechtecke ausgegliedert werden, eine Aktivität, die ebenfalls entdeckt werden muß.

Die Ergebnisse werden an der Tafel vorgeführt. Anschließend erhalten die Schüler weitere Flächen zur "Inhalts-Bestimmung", darunter solche, die nicht kariert sind, sondern bei denen bloß die Seiten unterteilt sind. Hier sollen die Schüler entdecken, daß das Auslegen gar nicht durchgeführt werden muß, sondern man allein mit Hilfe der Seitenlängen feststellen kann, wie viele Quadrate in die Fläche passen.

Vermutlich ist die Zeit dann um; aber spätestens bei der Weiterführung muß auch eine Fläche vorgelegt werden, bei denen größere Quadrate zum Messen verwendet wurden und wo sich eine kleinere Anzahl ergibt als bei den 'normalen' Einheiten. Hier ist zu entdecken, daß die Einheiten einheitlich sein müssen.

Am Schluß sollen sich die Schüler dann wenigstens kurz noch mit dem echten Meterquadrat befassen, den Namen begründen und es an der Wandtafel wiederfinden.

In einer weiterführenden Stunde sollten die Schüler dann auch einmal echte Messungen durchführen, z.B. Grundflächen von Räumen, Wände, Schulhof o.ä. Da geht es um die in 2.4 angesprochenen fachlichen Erfahrungen, um Lernen in einer ungewohnten Arbeitsform, um soziales Lernen beim Arbeiten in Gruppen mit verteilten Aufgaben, um einen Einblick in die Arbeitswelt und um das Herstellen eines Produkts (hier: der Meß-Ergebnisse).

3.2 Arbeitsformen

Die Klasse ist Partner-, Gruppen- und Einzel-Arbeit gewöhnt. Insbesondere im letzten Praktikum kam in fast jeder Stunde einmal die Sozialform des Sitzkreises vor, mit der ja immer auch soziale Lernziele verbunden sind und die dazu beitragen kann, die Lehrperson-Zentriertheit abzubauen (was meist doch nicht so recht gelingt). Ich verzichte in dieser Stunde auf den Sitzkreis, da die Gespräche im Klassen-Verband auch gut von den Plätzen aus geführt werden können.

Stattdessen findet ein mehrfacher Wechsel zwischen Unterrichts-Gespräch und Allein-Arbeit statt. Besonders die Problem-Entwicklung am Anfang wird stark lehrer-zentriert, weil ich ja etwas an der Tafel darstelle und die Schüler sich dazu äußern sollen. In der zweiten Gesprächs-Phase sollen die Schüler ihre Ergebnisse bekannt geben. Aber auch diese will ich selbst an die Tafel bringen, um sicher zu gehen, daß keine "Fehler" manifestiert werden, und um nicht zu viel Zeit zu verlieren. Man sollte bedenken, daß bei der Tafel-Arbeit durch Schüler ja doch nicht "die" Schüler beschäftigt sind, sondern jeweils nur einer, und die anderen genauso zuschauen wie beim Lehrer. Nach der zweiten Allein-Arbeit erfolgt wieder eine Zusammenfassung der Ergebnisse, wobei diese diesmal aber nur genannt werden sollen. Zum Abschluß wird die Klasse noch einmal zu einem Gespräch zusammengefaßt. Wenn noch Zeit ist, wird auf der Grundlage des dritten Arbeitsblatts die Einheitlichkeit der Einheiten diskutiert. Ansonsten geht es um die mitgebrachten Meterquadrate.

Bei der Allein-Arbeit lasse ich gegenseitige Hilfestellungen und Vergleiche zu bzw. rege diese sogar an. Während in einer 5. Realschul-Klasse vor einigen Jahren wirklich sämtliche Schüler allein arbeiteten und die angezielten Entdeckungen machten, rechne ich nun damit, daß einige Schüler Schwierigkeiten haben, die z.T. daher rühren könnten, daß die Multiplikation noch nicht genügend gefestigt ist, aber auch globale Ursachen haben: die Schüler sind zwei Jahre jünger, und in der Klasse ist wirklich die ganze Bandbreite mathematischer Fähigkeiten versammelt. Wenn nun manche Schüler wirklich alle Einheiten auszählen, greife ich nicht ein, sondern überlasse es dem weiteren Unterricht, daß diese Schüler merken, daß sie eine fehler-anfällige, zumindest aber zeit-aufwendige Strategie verwendet haben.

Was in dieser Stunde nicht vorkommt, sind praktische Messungen durch die Schüler selbst. Wenn solche Aktivitäten geplant werden, so besteht ihr Zweck häufig in der Erzeugung eines Schau-Effekts gegenüber Unterrichts-Beobachtern oder gegenüber den Schülern, während die guten Gründe, die ich oben für solche praktischen Messungen angeführt habe, häufig gar nicht den Ausschlag geben. Unabhängig von solchen Begründungen ist zu beachten, daß ein hoher Zeit-Aufwand erforderlich ist und daß keineswegs klar ist, ob der Ertrag diesen rechtfertigt. Man kann sich diesen Aufwand hin und wieder einmal leisten, allein um des "Erlebnisses" willen; aber - wie ein sog. Wandertag - sollte es gut vor- und nachbereitet sein.

Problematisch ist auch das Stellen von praktischen Meß-Aufgaben als Haus-Aufgabe, ehe gemeinsame Messungen durchgeführt wurden. Die meisten Wohnräume lassen sich schlecht auslegen, weil in ihnen viele Möbel stehen. Außerdem wird das Auslegen in den seltensten Fällen aufgehen. D.h. zu den begrifflichen Schwierigkeiten treten noch zahlreiche praktische Probleme. Eine solche Haus-Aufgabe bietet sich vielmehr nach der o.a. Weiterführung an, und zwar eventuell schon mit dem Ziel, das Auslegen durch Ausmessen der Seitenlängen zu ersetzen.

3.3 Medien, Arbeitsmittel

Die beiden Grundrisse werden vorab an die Wandtafel gezeichnet, und die Tafel ist am Anfang der Stunde zugeklappt. Hier würde sich auch gut der Tageslicht-Projektor anbieten. Ich verzichte auf ihn, weil er i.a. eine ermüdende Atmosphäre und ungünstige Licht-Verhältnisse erzeugt und die Schüler ihn nicht gewöhnt sind. Für das Einzeichnen der Quadrate verwende ich eine Schablone, für die Streifen verwende ich das Lineal. Damit die Grundrisse gut auf die Tafel passen, verwende ich als Maßstab 1 m : 7 cm , so daß sie auch nicht zu klein werden. Jedenfalls ist genügend Platz für die Rechnung vorhanden. Die Schablone mache ich etwa 6,7 cm x 6,7 cm groß (wegen der Kreide-Striche).

Für die Alleinarbeits-Phasen und als Grundlage für einen Teil des Unterrichts-Gesprächs sind drei Arbeitsblätter vorgesehen.

Außerdem ist für jeden Schüler ein echtes Meterquadrat vorhanden. Diese schneide ich vorher von einer Makulatur-Rolle ab und entsprechend zurecht. Zum Ausmessen wird ein Maßstab benötigt. Zur Demonstration ist ein Quadrat mit den Maßen 1,23 m x 1,23 m dabei (dieses Maß ergibt sich zufällig aus dem der Rolle). Planmäßig werden die Quadrate für die Hand der Schüler in dieser Stunde noch nicht gebraucht.

3.4 Erläuterung der verwendeten Formen, Maße, Sprech- und Schreibweisen

Da ich nicht auf die Produkt-Formel für das Rechteck abziele, sondern auf das Auslegen und Abzählen, verwende ich nicht rechteckige Flächen, sondern allgemeinere, die sich aber immer noch mit Einheits-Quadraten auslegen lassen müssen. Da dürfen, jedenfalls am Anfang, keine kleinen Stücke übrig bleiben, sondern das Auslegen muß genau aufgehen. In der Realität kommt dies zwar selten vor, aber am Anfang müssen einige Probleme ferngehalten werden.

Einer weiteren Schwierigkeit gehe ich zunächst aus dem Weg, indem ich alle auftretenden Seiten höchstens 10 m lang mache. Zwar müßten die Schüler aus arithmetischer Sicht auch Aufgaben wie $12 \cdot 6$ rechnen können, indem sie sie z.B. in $10 \cdot 6$ und $2 \cdot 6$ zerlegen, und geometrisch müßten sie die Flächen eben in kleinere Rechtecke aufteilen, so daß nur Aufgaben des kleinen Einmaleins auftreten. Ich gehe aber davon aus, daß eine Reihe von Schülern nicht in der Lage wäre, '$12 \cdot 6$' aus dem Weg zu gehen oder damit adäquat umzugehen, und ich möchte diese Schüler nicht an dieser Schwierigkeit scheitern lassen. — Zugleich dürfen sich die beiden Rasenstücke in ihrem Flächeninhalt nicht allzu sehr unterscheiden, damit die Frage nach der größeren Fläche nicht sofort per Augenschein beantwortet werden kann. Die Maße betragen $6 \cdot 8 + 5 \cdot 3$ (= 63) für Sarah und $4 \cdot 10 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 2$ (= 60) (Einheiten) für Patrick (weil er ein Junge ist, kriegt er weniger; außerdem hat er den kleineren Gras-Sack; und braucht länger).

Bei dem dritten Rasenstück kommt es mir vor allem darauf an, daß es offensichtlich größer als die beiden anderen ist, aber weniger Einheiten enthält, weil diese ebenfalls größer sind, so daß es einfacher geformt sein kann, nämlich als Rechteck. Außerdem wird dabei deutlich, daß dieses zum Zwecke des Abzählens die einfachste Fläche ist. - Seine Maße betragen $12 \cdot 9$ (= 108

Einheiten) ; die eingezeichneten Quadrate haben aber 1,5fache Seitenlänge; es sind also nur $8{\cdot}6$ (= 48) Stück.

Das Arbeitsblatt für die Übungs-Phase besteht aus zwei Hälften und ermöglicht so Differenzierung. Die Flächen auf der einen Hälfte sind kleiner, und es entstehen dort nur Aufgaben des kleinen Einmaleins. Die auf der anderen Hälfte sind größer; es können sich auch Aufgaben aus dem großen Einmaleins ergeben; bei der Fläche mit dem schrägen Rand ist dieser länger. Da ich die allgemeinen mathematischen Fähigkeiten der Schüler und insbesondere ihre Fähigkeiten zur Lösung dieser Aufgaben nicht genügend genau kenne, fertige ich nicht zwei verschiedene Arbeitsblätter an, um sie gezielt differenziert zu verteilen, sondern überlasse den Schülern die Differenzierung selbst: "Wer will, kann (zuerst) die kleineren Flächen auszählen; wer will, kann mit den größeren anfangen." Wie immer besteht eine Form der Differenzierung auch darin, daß die Schüler mit ihrer Arbeit verschieden weit kommen, und wenn, wie hier, jeder Schüler alle Aufgaben bekommt, ist für diese Form noch mehr Raum. Allerdings wird kaum genügend Zeit sein, daß jemand über die Bearbeitung einer Hälfte hinauskommen.

Für beide Hälften dieses Arbeitsblatt gilt nun: Drei der Flächen sind gleichgroß, nämlich $9{\cdot}9 - 3{\cdot}5$ (= 66) bzw. $11{\cdot}9 - 3{\cdot}5$ (= 84) (Einheiten) . Allerdings rechne ich nicht damit, daß ein Schüler auf die Idee kommt, subtraktiv vorzugehen und damit diese auf einen Schlag zu erledigen. Die beiden anderen haben die Maße $7{\cdot}9$ und $7{\cdot}9 + 1 + 2{\cdot}\frac{1}{2}$ (= 65) bzw. $7{\cdot}11$ und $\frac{12{\cdot}12}{2}$ (= 72) (Einheiten) . (Auch beim Dreieck wird niemand auf die Idee kommen, das Dreieck im Geist zu verdoppeln, den Inhalt dieses Quadrats zu berechnen und ihn dann zu halbieren, sondern vermutlich werden die halben Einheiten alle gezählt.)

Bei jeweils zwei Flächen sind die Karos nicht eingezeichnet, sondern nur Einteilungen der Randlinien. Hiermit soll deutlich werden, daß das Auslegen eigentlich gar nicht nötig ist, sondern daß mit den Seitenlängen schon alles bestimmt ist (man sich aber das Auslegen immer dazu denken sollte). Ganz gewiß wird hier häufig der Fehler auftreten, daß nicht die Zwischenräume, sondern die Striche gezählt werden. Falls Schüler hier die Karierung einzeichnen wollen, versuche ich, sie davon abzuhalten, und ermuntere sie zu rechnen.

Die Anzahl der Einheiten in einer Fläche wird noch nicht als Maß formuliert ("ist 63 Einheiten groß"), sondern der Handlung entsprechend "enthält 63 Quadrate" bzw. "... Meterquadrate". Dieses Wort möchte ich erst am Schluß über die Messung mit dem Maßstab einführen und begründen; es bezeichnet aber keine Einheit, sondern eine Fläche. Während der Stunde will ich auch Wörter wie 'Platten' o.ä. akzeptieren.

An der Tafel sollen die Rechenwege in ordentlicher Größen-Schreibweise genau dargestellt werden:

$6 \cdot 8\ Q = 48\ Q$
$5 \cdot 3\ Q = \underline{15\ Q}$
$63\ Q$

(Man sieht, daß hier der Multiplikator immer vorne steht. Dies ist in der Klasse üblich. Deswegen halte ich mich daran.)

Ansonsten wird i.w. Ungangssprache verwendet, diese aber so, daß sie der mathematischen Fachsprache nicht zuwiderläuft. Ich überlege mir die Geschichte und ihre Weiterführung vorher ziemlich genau, verzichte aber aus Zeit-, Platz- und damit Kosten-Gründen auf die Wiedergabe hier. Eine genaue Vorbereitung des Unterrichts hat gerade nicht zur Folge, daß man zu eng am Konzept klebt, sondern versetzt einen erst in den Stand, flexibel auf die Schüler zu reagieren. Es besteht natürlich die Gefahr, daß ich mal einen Satz vergesse. Diese Gefahr bestünde aber auch, wenn ich alles aufgeschrieben hätte, da ich ja nicht dauernd auf den Text gucken würde.

3.5 Differenzierung

Die grundsätzliche Begriffsbildung (Auslegen mit einheitlichen Quadraten und Abzählen) muß von allen Schülern geleistet werden. Hierbei kann keine inhaltliche Differenzierung stattfinden. Auch die Frage, ob gewissen Schülern z.B. reale Plättchen zum realen Hantieren angeboten werden sollen, ist zu verneinen. Die erzählte Geschichte ist plastisch genug, so daß man sich dieses Auslegen genau vorstellen kann. Die enaktive Ebene im Sinne Bruners ist hier eingenommen, und zwar mit vorgestellten, anstelle von realen Handlungen. Ich bin davon überzeugt, daß für alle Schüler dieser Handlungs-Hintergrund auch noch beim dritten Arbeitsblatt gegenwärtig ist, insbesondere weil ja bei je zwei Flächen die Quadrate gar nicht eingezeichnet sind.

Eigenhändiges Auslegen z.B. mit Plättchen würde an dieser Stelle nichts bringen: Es würde einen hohen Zeit-Aufwand erfordern; das Legen würde ungenau werden; dauernd würden Plättchen verrutschen oder wegwehen; die Schüler würden zu Schabernack herausgefordert — dies alles auch, wenn man wesentlich kleinere Flächen nehmen würde (welche aber einen schlechteren Realitäts-Bezug hätten). Die eigentlich zentrale Aktivität des Ausgliederns von Rechtecken und des Auszählens würde in den Hintergrund gedrängt oder gar verunmöglicht. Und davon, den allerschwächsten Schülern auf diese Art eine Beschäftigungs-Therapie zu bieten, halte ich nichts. Schließlich handelt es sich sehr wohl um ein realistisches Vorgehen, eine reale Fläche (verkleinert) zu zeichnen und auf diesem Abbild viel sauberer und genauer zu messen und gerade nicht Plättchen zu legen.

Daß einmal eine reale Fläche mit echten Meterquadraten wirklich ausgemessen wird, ist etwas anderes. Wenn so etwas in der Klasse durchgeführt wird, dann ist das keine differenzierende Maßnahme, sondern daran sollen selbstverständlich alle Schüler teilnehmen, und dabei können dann wiederum Aufgaben (differenzierend) verteilt werden.

Ansonsten verweise ich zur Differenzierung auf 3.4.

3.6 Lernzielerreichungs-Kontrolle, Festigung

Wie immer findet eine solche Kontrolle auf der Basis der Mitarbeit im Unterrichts-Gespräch und bei der Allein-Arbeit statt. Als Haus-Aufgabe sollen die Schüler (mindestens) drei Flächen des Arbeits-Blatts "ausmessen" und den Rechenweg notieren. Diese Aufgaben sind in der nächsten Woche zu kontrollieren und zu besprechen. Außerdem sollte vor der Weiterführung eine mündliche Zusammenfassung des bisher Gelernten (von "den" Schülern) gegeben werden.

4. Verlaufs-Übersicht

4.1 Vorbemerkungen

In der didaktischen Literatur sind zahllose Schemata bekannt, die sich häufig an der zugrundeliegenden didaktischen Theorie ausrichten, aber zugleich für unterschiedliche Lehrer-Typen unterschiedlich gut geeignet sind. Im Laufe meines Lebens habe ich mir, ausgehend von einem ziemlich detaillierten Schema, eine ziemlich lockere Form angewöhnt, die ich hier aber nicht unbedingt als Vorbild hinstellen möchte.

Man sollte sich zwar Vorstellungen über den Zeit-Ablauf machen, aber diesen flexibel handhaben und vor allem darauf achten, daß Frontal-Phasen nicht zu lang werden. Anders als so mancher Fachleiter bin ich nicht der Auffassung, daß der Zeitplan genau eingehalten werden muß, jedenfalls nicht in der Grundschule und erst recht nicht z.B. im Praktikum dort. Ein starres Umsetzen insbesondere des Zeitplans konterkariert geradezu das wichtige didaktische Prinzip der Eigentätigkeit der Schüler. Natürlich gewinnt man im Lehrer-Beruf, und schon im Referendariat, Erfahrung, um Stunden so zu planen, daß man mit der Zeit hinkommt. Aber bei einem völlig neuen Thema in einer halbwegs fremden Klasse kann sich auch eine erfahrene Lehrperson vertun.

4.2 Verlaufs-Plan

vorher	**–1.** Grundrisse an Tafel	Tafel zuklappen
09.55	**0.** Begrüßung, Hinweis auf Studenten und das Filmen	
10.00	**1. Ausgangsproblem:** Geschichte von Patrick und Sarah; Sarah hat mehr Gras und ist schneller; wer hat größeren Rasen? SS diskutieren; L zeichnet einige Quadrate; wie in Realität?	Lehrer-Vortrag; Tafel aufklappen; U-Gespräch; mit Schablone an Tafel
10.10	**2. Lösung des Ausgangsproblems auf ABl:** Auslegen ist mir zu aufwendig. Auf Abl vorhanden. Zählen: SS geschickt vorgehen, eventuell rechnen. Währenddessen L an Tafel oberen Streifen fertig auslegen und andere Streifen zeichnen; oben "8 Q"; links "6 Streifen"; rechts "6·8 Q = 48 Q"	Allein-Arbeit mit Kommunikation; L Schablone, Lineal an Tafel
10.20	**3. Gemeinsame Lösung an Tafel:** Bei den anderen eingeteilten Rechtecken ähnlich, jedoch zunehmend sparsamer	U-Gespräch; L an Tafel
10.30	**4. Selbständige Lösung weiterer Aufgaben auf Abl:** SS können die eine oder die andere Hälfte bearbeiten, mit Rechenweg. L an Tafel die 7·9-Fläche nur mit Randmarkierungen, eventuell noch eine Fläche	Allein-Arbeit mit Kommunikation; L Lineal an Tafel
10.40	**5. Meterquadrat ausmessen lassen; Name**, evtl. Tafel ausmessen mit Quadraten	1 S vor Klasse; Wort an Tafel
10.45	**6. Stellen der Hausaufgaben**	

Nachbemerkung zum Verlaufs-Plan: Die Zeiten sind nur ungefähre Angaben. Sollte vor der Stellung der Hausaufgaben noch Zeit sein, möchte ich noch ein drittes Kind, Yannick, auftreten lassen, das seine Rasenfläche ebenfalls ausmißt und eine kleinere Zahl von Quadraten als die beiden anderen ermittelt. Zugleich stellen die Schüler fest, daß der auf einem weiteren Blatt ausgeteilte Grundriß offenbar größer als diese ist. Der Grund liegt darin, daß die Meß-Quadrate deutlich größer sind. In der Klasse zeige ich zwei unterschiedlich große Meß-Quadrate und hebe die Besonderheit des Meterquadrats hervor; die Seiten sind genau 1 m lang. "Wo seht ihr noch Meterquadrate?" Z.B. ein Tafel-Flügel. Hier ist für jeden ein Meterquadrat. (Das brauchen wir in der nächsten Stunde noch.)

Das vorbereitete Tafelbild und die beiden Arbeitsblätter befinden sich am Ende der Ausarbeitung.

5. Nachbereitung

Wegen der hohen Auflage ließ ich die Vorbereitung in der Druckerei vervielfältigen und mußte sie dort schon eine Woche früher abliefern. Dies brachte mich etwas in Zeitdruck, und die Arbeitsblätter für die Schüler waren nicht sauber genug gezeichnet. Für die Schüler habe ich noch einmal sauberere Exemplare hergestellt.

Den genauen Ablauf der Geschichte habe ich mir erst am Vorabend des Unterrichts überlegt: Sarah fängt später an und ist dennoch gleichzeitig mit Patrick fertig. Sie neckt Patrick: "Ich war aber schneller fertig." P: "Mein Rasenstück ist ja auch größer." S: "Meines ist größer; ich habe doch viel mehr Gras im Beutel." P: "Ich sehe doch direkt, daß meine Fläche größer ist." Dann trete ich in der Geschichte auf, kann aber die Frage auch nicht entscheiden und lege sie den Schülern anhand des Tafelbilds vor. Sie sollen dabei insbesondere feststellen, daß es dabei auf die Gras-Menge nicht ankommt. — In der Geschichte gebe ich später die Anregung, die beiden Kinder sollten sich doch einmal ihre Terrassen mit den Platten anschauen. Dies regt Sarah zu der Idee an, den Rasen mit diesen Platten auszulegen und abzuzählen. Patricks Einwände führen sukzessive zur Verbesserung der Idee: "Die Platten sind doch einbetoniert." — "Bei uns sind einige locker." — "Sie reichen nicht für die Rasenflächen." — Wir können immer wieder welche wegnehmen und anlegen." — "Sie sind zu schwer zum Tragen und zerstören außerdem den Rasen." Sarah holt aus dem Haus einen Spielplan ihrer kleinen Schwester (ich bringe einen solchen von zu Hause mit und zeige ihn den Schülern; er ist quadratisch; ich erfrage das Wort 'Quadrat' und verwende es ab dann im Unterricht). "Aber woher wissen wir, wo genau wir anlegen müssen, wo wir jeweils schon waren und wievielmal wir insgesamt gelegt haben?" — "Wir nehmen das Kreide-Wägelchen von meinem Papa (der ist nämlich Platzwart beim Fußball-Verein und hat ein solches) und zeichnen mit Kreide die Umrisse der gelegten Quadrate." Dies führe ich an der Tafel vor.

Insgesamt hat die Stunde knapp 50 Minuten gedauert, womit ich ja von vorneherein gerechnet hatte. Bei Verkürzung der zweiten Alleinarbeits-Phase hätte ich die Stunde auf 45 Minuten reduzieren können, aber dann hätten die Frontal-Phasen ein noch größeres Gewicht als so schon gehabt.

Ein auffälliges Merkmal dieser Stunde war nämlich die starke Lehrer-Zentriertheit. Diese war zwar von vorneherein genau so geplant, und in der Vorbereitung habe ich sie, wenigstens indirekt, schon angesprochen. Jetzt dazu noch folgende Erläuterungen: In dieser Klasse habe ich vor einiger Zeit in einer Stunde mit den Schülern das chinesische Legespiel 'Tangram' gespielt, und da war ich als Lehrperson fast nicht existent. Beim Thema 'Flächeninhalt' kommt es mir aber sehr genau auf eine adäquate Ausbildung einer nicht-trivialen Begrifflichkeit an. Besonders die Eingangs-Geschichte sollte stimmig sein und war deshalb sorgfältig ausgetüftelt. Auch wenn die Schüler eigenständige Diskussionen unter weitgehender Ausschaltung der Lehrperson mehr gewöhnt wären, hätte ich das Heft der Handlung trotzdem straff in der Hand behalten.

Hinzu kamm die auf Frontal-Unterricht ausgerichtete Sitz-Ordnung, die in den letzten Wochen eingeführt worden war.

Es war nicht so, daß ich die Kinder aufdringlich belehrt hätte, sondern ich habe sie zum (entdeckenden) Lernen angeregt, habe ihre Anregungen aufgegriffen und — ohne Mühe — in mein Konzept integriert. Allerdings fand während der Gesprächs-Phasen keine Kommunikation direkt zwischen den Schülern statt, sonder sie lief grundsätzlich über die Lehrperson. Es wäre eine höhere Form von Unterricht, wenn er von direkter Kommunikation zwischen den Schülern getragen würde; aber in dieser Stunde waren die Voraussetzungen dafür (einschließlich der Persönlichkeit der Lehrperson) auf keiner Ebene gegeben.

Ein Schüler, Gökhan, ein türkischer Junge, fehlte. Ich habe mich bemüht, sämtliche Schüler, außer Z, gleichmäßig am Gespräch zu beteiligen, und habe m.E. jeden Schüler mindestens einmal, die meisten zweimal und häufiger aufgerufen. Insgesamt habe ich die Jungen stärker berücksichtigt, speziell die drei Besten. Diese haben nämlich auch bei schwierigeren Fragen, mehrmals als einzige, aufgezeigt; vor allem bei der Arbeit an der Tafel habe ich mir von diesen am ehesten Erfolg erwartet. Ich meine, daß der Stunden-Verlauf mich bestätigt hat. Ansonsten habe ich immer wieder auch schwächere Schüler beteiligt, und ein-, zweimal bewußt auch jemanden, der nicht aufgezeigt hatte, z.B. Kacem, weil mir klar war, daß er sehr wohl etwas zu sagen hatte.

Z.B. sollte Julian an der Tafel zeigen, wie er Sarahs Fläche zerlegt hatte. Leider hatte er eine andere Zerlegung als die Mehrzahl der Schüler, nämlich einen lotrechten Trennstrich statt eines waagrechten. Es ist zwar eine wichtige Erkenntnis, daß vielerlei Zerlegungen möglich sind und alle zur selben Gesamtzahl von Quadraten führen; aber an dieser Stelle kam es mir darauf an, daß die Schüler in ihrer Arbeit bestätigt wurden, ehe sie die Möglichkeit von Alternativen kennenlernten. Das Wissen über alternative Vorgehensweisen muß natürlich in einer weiterführenden Stunde zur Sprache kommen. Jedenfalls habe ich Julian zurückgeschickt (ihm allerdings klargemacht, daß sein Vorschlag in Ordnung war), ihn aber dann extra bei Patricks Fläche noch einmal an die Tafel geholt, obwohl ich sicher war, daß er wieder, in Abweichung von der Mehrheit, mit lotrechten Strichen einteilen würde.

Die erarbeiteten Rechenwege habe ich selbst an die Tafel geschrieben, damit sie ohne großen Zeit-Aufwand genau in der Form da standen, wie ich sie haben wollte. Ein Schüler bräuchte länger und würde unsauberer, eventuell mit Umwegen, arbeiten, und auch bei ihm wäre die ganze Klasse (außer ihm) untätig. Nur für kleine Aufgaben habe ich Schüler nach vorne geholt.

Ich war davon ausgegangen, daß — wie damals im 5. Schuljahr — die Idee mit dem Auslegen von mir eingebracht werden müßte. Sie wurde aber von Rafael und Nikolas vorweggenommen, wobei speziell Nikolas' Rede von Kästchen ein Hinweis darauf ist, daß die beiden vielleicht doch noch eine Erinnerung an den Unterricht im letzten Praktikum zur Schulbuch-Seite 50 haben. Ich habe ihre Anregung in dem Moment noch zurückgestellt, aber später noch einmal darauf hingewiesen, daß sie diese Idee schon hatten. - Dies halte ich für sehr wichtig, daß man die Schüler nicht verunsichert, wenn sie etwas Vernünftiges lediglich zur Unzeit einbringen. Man muß direkt oder später ihnen noch einmal versichern, daß ihr Beitrag in Ordnung war (z.B. auch gegenüber Julian).

Ein gutes Drittel der Schüler hat trotz meines deutlichen Hinweises, die Anzahl êgeschickt zu bestimmen, gezählt. Dies ist auch eine negative Konsequenz des Umstandes, daß ich für das 3. Schuljahr kleinere Flächen gewählt habe, um dem großen Einmaleins aus dem Weg zu gehen, so daß das Zählen weniger aufwendig war als bei größeren Flächen. Als ich herumging, habe ich einige noch zum Rechnen gebracht. Zwei Drittel haben nach meiner Einschätzung die angezielten Entdeckungen (Zerlegen in Rechtecke und Multiplizieren) selbst gemacht. Allerdings sind dabei noch zahlreiche Fehler aufgetreten, z.B. Multiplikations-Fehler oder Zähl-Fehler.

Die Entdeckung, daß je drei Flächen auf dem zweiten Arbeitsblatt gleichgroß sind, und vor allem, eine einfache Überlegung, warum das so ist (nämlich jedesmal $9 \cdot 9 - 3 \cdot 5$), hat niemand gemacht, u.a. weil bei je einer davon die Quadrate nicht eingezeichnet waren, sondern nur die Seitenlinien unterteilt waren, und nur wenige Schüler diese bearbeitet haben (u.a. aus Zeitgründen). Oliver hat bei diesen Flächen alle Quadrate eingezeichnet, wie ich im Film nachträglich gesehen habe. Leider habe ich versäumt anzusagen, daß das nicht gemacht werden soll. Einige Schüler (Nikolas, Rafael) haben selbst versucht, mit den halben Quadraten zurechtzukommen, und zwar mit Erfolg. Andere haben gefragt, was sie da machen sollen. Ich habe es nicht vorgegeben, sondern an ihren Einfalls-Reichtum appelliert.

Zur Besprechung von Yannicks Rasenfläche mit den größeren Quadraten bin ich nicht mehr gekommen. Dies, zusammen mit den gerade erwähnten Feinheiten des zweiten Arbeitsblatts, muß in der weiterführenden Stunde noch geklärt werden. Zusammen mit dem praktischen Flächen-Messen wird diese Stunde recht voll werden, zumal ich hoffe, daß die meisten Schüler erheblich mehr als drei Flächen zu Hause bearbeiten und dabei auch ihre Arbeit in der Schule noch einmal überprüfen.

Ich habe schon lange den Verdacht, daß die methodische Hinführung zur Flächeninhalts-Bestimmung mit der Multiplikation mittels Einteilung der Rechtecke in Streifen und dann eines Streifens in Quadrate überflüssig und eventuell sogar schädlich ist, zumindest im 5. Schuljahr. Aber meine Argumentation gilt eigentlich auch schon für das 3. Schuljahr: Im Arithmetik-Unterricht sind die Schüler gerade im Zusammenhang mit der Multiplikation intensiv mit rechteckigen Feldern umgegangen, und sie wissen, daß die Gesamt-Zahl der Quadrate bestimmt werden kann, indem man deren Anzahlen an zwei Seiten bestimmt und diese Zahlen multipliziert. Es steht zwar die Einteilung in Streifen dahinter; aber diese ist offenbar jetzt schon dermaßen verinnerlicht, daß sie nicht mehr gebraucht und explizit gemacht wird, obwohl ich sie an der Tafel betont habe. - Wie immer, muß man hier auch in Betracht ziehen, ob da tatsächlich etwas Unverstandenes von den Schülern gemacht wird. Aber diesen Eindruck hatte ich nicht. D.h. man kann das Vorgehen mit den Streifen zwar durchführen, aber sollte nicht darauf bestehen, daß die Schüler mit ihnen Argumentieren.

Wert gelegt habe ich aber auf die Sprech- und Schreibweise $6 \cdot 8\ Q = 48\ Q$, damit durchweg klar blieb, daß es hier um konkrete Objekte, nämlich Quadrate, ging, zumal ich selbst ja dauernd von Multiplikations-Aufgaben gesprochen habe, also mich hier sprachlich auf die Arithmetik beschränkt habe. — Da ich noch keine Maßzahlen für den Flächeninhalt eingeführt habe, ist die Gefahr der Verwechslung von Fläche und Maß noch nicht aktuell. — Nach DIN ist der Name 'Meterquadrat' anstelle des früher üblichen 'Quadratmeter' zu verwenden, so daß Meterquadrat sowohl eine Fläche, als auch eine Einheit bedeutet, und Konflikte können jetzt schon dadurch entstehen, daß die Bezeichnung 'Quadratmeter' mehreren Schülern und allen Eltern geläufig ist und der von mir eingeführte Name zum Stutzen führt, weil niemandem bewußt ist, daß er bei mir ein anderes mathematisches Objekt bezeichnet als das geläufige 'Quadratmeter'.

Eine stärkere Zurückhaltung als sonst ist mir nur bei Desirée aufgefallen. Sie hatte allerdings den Nachteil, daß Kamera-Frau und -Mann oft direkt hinter ihr standen und ihr damit ein Gefühl der Beengung gegeben haben. In der Nachbesprechung wurde in diesem Zusammenhang auch angesprochen, daß es Schüler gibt, für die es unangenehm ist, wenn die Lehrperson von hinten an sie herantreten, wie ich das bei den Schülern der mittleren Reihe gemacht hatte. — Allerdings hätte ich dies dort nur unter Inkaufnahme großer Umwege vermeiden können. — Das Verteilen der Arbeitsblätter hat nicht gut geklappt: Ich habe für jede Bank-Reihe dem nächst-sitzenden Schüler einen abgezählten Stapel hingelegt und ihn aufgefordert, die Blätter "durchzugeben", und versäumt anzusagen, daß sich jeder eines nehmen soll, was dann zunächst zum Weitergeben ohne Wegnehmen führte.äAn einigen Stellen bin ich mit Kleinigkeiten von meinem Entwurf abgewichen, z.B. habe ich mehr Schüler an die Tafel geholt. Eigentlich sind die Abweichungen nicht der Rede wert; man muß aber aufpassen, daß bei zu großer Häufung nicht der Zeitplan durcheinander gerät. Denn gerade Tafel-Arbeit mit Schülern kostet Zeit.

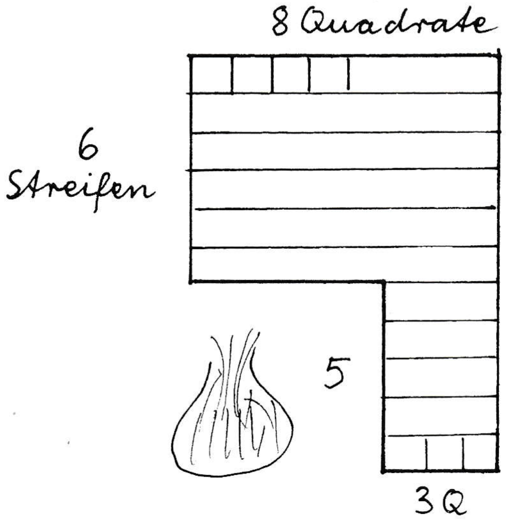
Insgesamt bin ich mit Mitarbeit, Disziplin, Konzentration, Ausdauer, Eifer, Gehalt der Beiträge und Lern-Fortschritt der Schüler zufrieden. Neben dem langfristigen Aufbau der Klasse durch Frau Schniedermann, meiner gründlichen Vorbereitung und meinem umfassenden Eingehen auf die Schüler ist für den Erfolg natürlich vor allem auch die Besonderheit der Situation (Praktikum, Film-Aufnahmen) ursächlich. Außerdem muß in der weiterführenden Stunde, sowie mittel- und langfristig geprüft werden, ob sich der Erfolg wirklich eingestellt hat.

Ein Teil der Lernziele bezieht sich sowieso auf die weiterführende Stunde. Die Mühsal des praktischen Messens haben die Schüler noch kaum erfahren. Dabei kommt es mir weniger darauf an, die Schüler zum Ertragen dieser Mühsal zu erziehen, sondern ich möchte, daß sie die Mathematik als Hilfsmittel zur Verringerung der Mühsal einsetzen (dies war noch ein Thema der Nachbesprechung).

TAFELBILD (zu entwickeln)

links

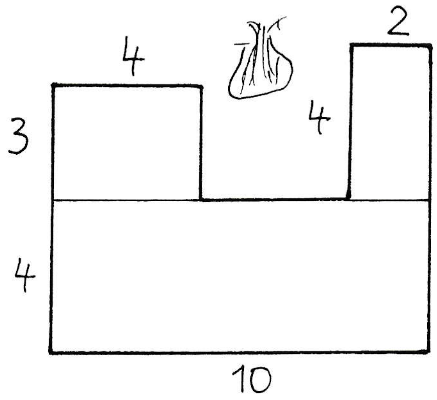
Sarah



$6 \cdot 8\,Q = 48\,Q$
$5 \cdot 3\,Q = 15\,Q$
$63\,Q$

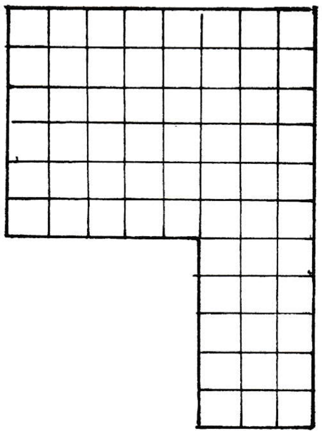
rechts

Patrick

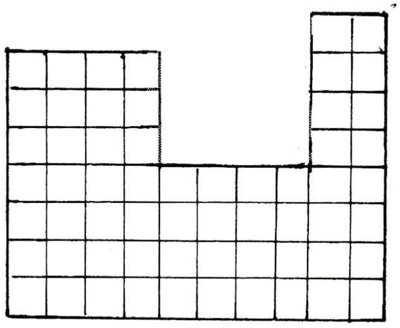


$4 \cdot 10\,Q = 40\,Q$
$3 \cdot 4\,Q = 12\,Q$
$4 \cdot 2\,Q = 8\,Q$
$60\,Q$

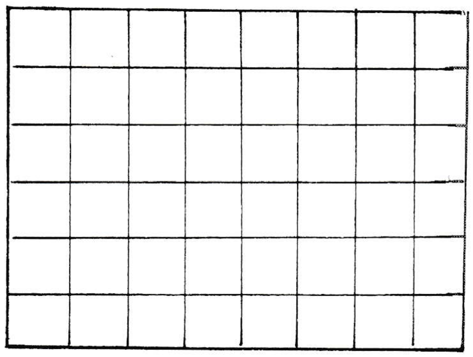
Sarah



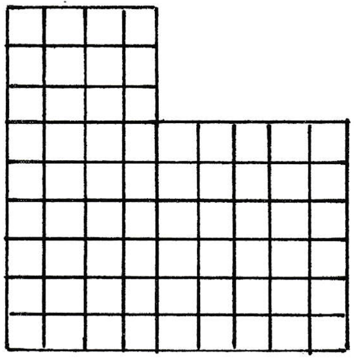
Patrick



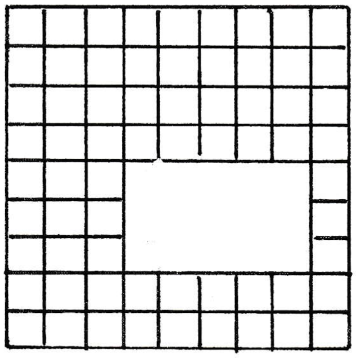
Yannick



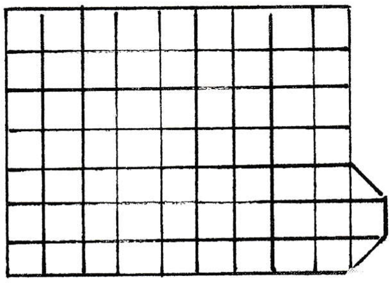
Andre



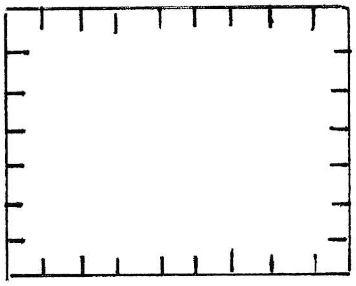
Bert



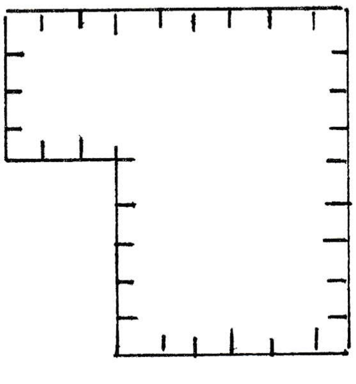
Chris



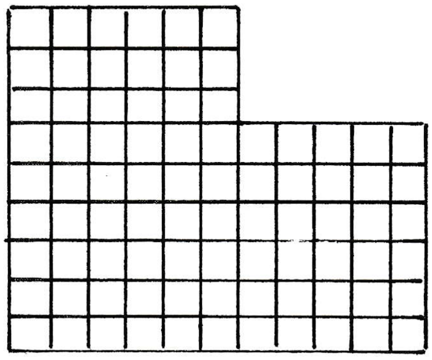
Jana



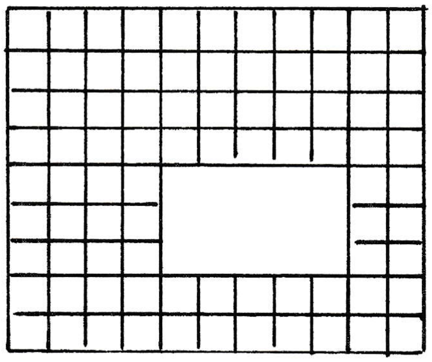
Elli



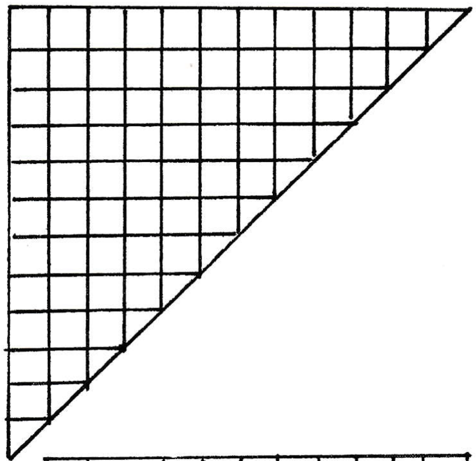
Felix



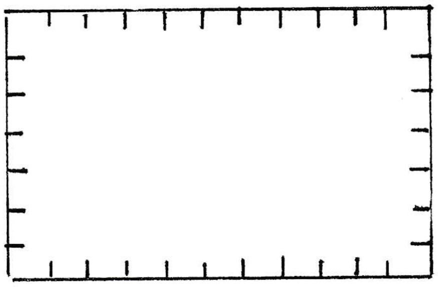
Gwen



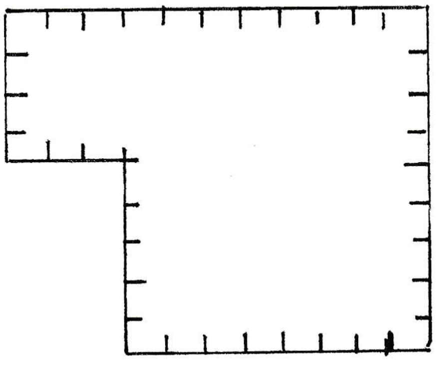
Hannah



Ina



Jan



Hausaufgabe: Suche 3 Flächen (oder mehr) aus. Stelle fest, wie viele Quadrate jede Fläche enthält. Schreibe den Rechenweg auf!