

Peter BENDER, Paderborn

## **Dynamische-Geometrie-Software (DGS) in der Lehramts-Ausbildung**

### **1. Ausgangs-Situation**

Hans-Dieter **Rinkens** hat in Paderborn im Laufe der Zeit die '**Elementar-Geometrie**', eine 3+2-stündige fach-inhaltliche Pflicht-Veranstaltung für Sekundarstufe-I- und Primarstufen-Mathematik-Studierende, wiederholt durchgeführt. Wichtig ist ihm u.a. das Problem-Lösen und der Erwerb von Strategien dafür. Da DGS da Einiges an Unterstützung erhoffen lässt:

- Beim stetigen **Bewegen und Verformen** von Figuren können **Auffälligkeiten** beobachtet werden.
- Mit **Makros** kann die Strategie des **Zerlegens** eines Problems in **Teil-Probleme** realisiert werden (bei Cinderella z.Z. noch nicht möglich).
- **Genaueres, schnelles, sauberes und farbiges Arbeiten** entlastet und macht den Kopf frei für Höheres.

..., hat er konsequent die **DGS Cinderella** unter Nutzung des **Internets** (für alle Beteiligte) eingesetzt. Für die Studierenden lag ein sehr knappes **Skript** gedruckt vor und war im **Internet** abrufbar. Ausführliche Erläuterungen erfolgten **mündlich**, mit **Cinderella** (an die Wand projiziert) sowie mit **Tafel und Kreide**; die **Übung** fand in 2 Gruppen in einem kommunikativen (kreisförmige Anordnung) **Pool-Raum** unter Leitung von Hauke Friedrich und unter umfangreicher **DGS-Nutzung** (schon in den **Haus-Aufgaben**) statt. — Die Wirkung der Neuen Medien auf diese Veranstaltung wollten wir unter drei großen Fragestellungen erforschen:

- Wie wird der **Medien-Einsatz an sich** auf der intellektuellen, emotionalen und sozialen Ebene wahrgenommen?
- Wie **verändert** sich das **Lernen von Geometrie** in einer multimedialen Umgebung?
- Wie **verändern** sich die **Auswahl der Inhalte** und die **geometrischen Begriffe** selbst? (Mit dieser letzten Frage ist die Dozenten-Seite angesprochen, und sie wird mehr langfristig verfolgt.)

Es hatten sich 33 **Personen** angemeldet, 2/3 LSI und 1/3 LPS, 31 Personen schrieben die Klausur mit, davon 24 mit Erfolg. Bei einem ersten Durchgang im Dezember 2000 nahmen 17 Personen an den **Interviews** teil; bei einem zweiten Durchgang im Februar 2001 nur noch 7. Im Vergleich zu Schülerinnen und Schülern (**S&S**) versprachen wir uns

- eine **höhere Belastbarkeit** bei den Interviews,
- einen **weiteren Horizont** für unsere Fragestellungen und
- **substanziellere Aussagen zu den eigenen Denk-Prozessen.**

## 2. Forschungs-Methode

Offensichtlich kommen **quantitative** Methoden für unser Vorhaben **nicht** in Frage (was in unserer Kommunität aus Gründen fehlender Repräsentativität, Unabhängigkeit und Validität meistens der Fall ist). Wir (außer mir: Friedrich sowie die WHKe Tobias Huhmann und Mareike Oberthür) gingen vielmehr **qualitativ** vor und führten mit den Studierenden **Interviews** mit einem detaillierten **Katalog von Fragen und Aufgaben** (aus Ökonomie- und Anregungs-Gründen immer zu zweit), video-grafierten diese, transkribierten sie punktuell und werteten sie **interpretierend** aus.

Wir lehnten uns dabei an die Methode der "**Objektiven Hermeneutik**" nach Oevermann an. Die zu identifizierende "objektive latente Sinn-Struktur der Interaktion" zwischen Interviewer und Interviewten ist zunächst sozialer Natur. Auf Grund des begrenzten Themen-Komplexes 'Geometrie' und 'Neue Medien' sowie des bewussten Redens darüber sehen wir die **sozial konstituierte Struktur durch fach-inhaltliche und -didaktische Strukturen** deutlich **überlagert und stabilisiert**. Dies berücksichtigten wir in unseren Interpretationen und wichen damit von der reinen Interaktions-Analyse ab. Im Vortrag wurde ein Beispiel ausführlich dargestellt.

## 3. Einige Ergebnisse

**Heutzutage** liegen **bei so gut wie allen** Studierenden zum Zeitpunkt ihres Hochschul-Eintritts **Computer-Erfahrungen** vor, immer zur Text-Verarbeitung, manchmal aus einer Informatik-AG in der Schule, so gut wie nie aus dem Geometrie-Unterricht. Zwar kam immer Geometrie in der Schule vor, z.T. dieselben Inhalte wie in der Vorlesung, aber i.w. "ohne Beweise".

Die Interviewten vermitteln insgesamt eine ausgeprägte **Zufriedenheit** mit der Art und Weise, wie der Computer in die **Veranstaltung** integriert ist. Die **Kommunikation** in Übung und Vorlesung (so weit angebracht) leidet nicht. Allerdings möchte **niemand den Computer-Einsatz forciert** haben oder gar auf die Anwesenheit des Dozenten verzichten.

Zwar befürworten die Studierenden durchweg den **Einsatz von DGS in der Schule**, aber eher in **gemäßigter** Form. Insbesondere halten sie die Beherrschung des Umgangs mit Zirkel und Lineal nach wie vor für wichtig und stellen sich (möglicherweise nicht sehr tief didaktisch reflektiert)

tendenziell eher die Arbeit in einem **eigenen Computer-Raum** vor, als dass der Computer im Klassen-Raum ständig zur Verfügung steht.

Ich hatte auch nach den Vorzügen und Nachteilen der DGS, dem Bild von Geometrie mit und ohne DGS, nach dem ontologischen Status von Punkten, Figuren, Orts-Linien, gezogenen Figuren, nach heuristischen Strategien mit und ohne DGS gefragt. — Aus Platz-Gründen beschränke ich mich jetzt auf die Frage: "**Warum zieht man?**"

Da wurde zögerlich, und auch nur von einem Teil der Studierenden angeführt: "um zu sehen, was passiert", "um Hinweise für die Lösung zu erhalten", "um Sonder-Fälle herzustellen", "um Vermutungen auszuprobieren", "um zu beobachten, was gleich bleibt und was sich verändert". Es wurden **zwar** einige **Beispiele** aus der Vorlesung **genannt** (Pythagoras-Satz, Eulersche Gerade, Strahlensatz, Blickwinkel-Aufgabe), allerdings war **kaum jemand** in der Lage, den wesentlichen Gehalt der genannten didaktischen Funktionen des Ziehens einmal konkret überzeugend darzustellen. — M.E. vertrauen wir zu sehr auf die implizite Wirkung der Dozierenden- und Studierenden-Aktivitäten.

Vermutlich verlief auch deshalb die Besprechung des **Umfangswinkel-Satzes** (bekannt aus der Vorlesung) in den Interviews **nicht sehr erfolgreich**: Nachdem die wesentlichen Beweis-Gedanken (doppelte Anwendung des Außenwinkel-Satzes bei gleichschenkligen Dreiecken) 'gemeinsam' erarbeitet (wiederholt) worden waren, sollten die Studierenden durch Ziehen des Umfangswinkel-Scheitels auf der Kreis-Linie den **Beweis** (fertig-) **strukturieren** (eine Funktion stetiger Bewegungen und Verformungen gemäß Bender, 1987 & 1989), indem sie Übergänge zwischen verschiedenen Fällen visualisieren und die Vollständigkeit aller Fälle kontrollieren. — Wenn überhaupt, dann **registrierten** sie den **stumpf-winkligen Fall** nach mehr oder weniger deutlichem Hinweis noch, aber **nicht den Fall, wo die Winkel zu subtrahieren** sind. Sie **zogen viel zu schnell** und verlangsamten die Bewegung zwar nach eindringlicher Aufforderung, hatten den Subtraktions-Fall sogar vor Augen, aber nahmen ihn nicht wahr.

#### **4. Einige bis jetzt aus der Untersuchung gewonnene Erkenntnisse**

**4.1** Die Studierenden bringen i.a. **nicht genug Muße** zum Ziehen und Beobachten auf. Neben der Interview-Situation ist hierfür der **Bully-Effekt** (Computer fordert zu Aktionismus heraus) und der S&S-Aktionismus der **modernen Pädagogik** mit verantwortlich. Not täte **stattdessen Erziehung und langfristiges Training** zur Muße und zum gezielten Beobachten, mit starker **Hilfestellung** und recht straffer **Anleitung** wenigstens am Anfang.

**4.2** Es fehlt immer noch ein **DGS-bezogenes Klassifikations-Schema** und eine entsprechende **Übersicht** für solche Aufgaben. — Wie schon Hölzl bemerkte, sind für die Begründung einer durch Ziehen entdeckten Auffälligkeit **oft abbildungs-geometrische Argumente angemessen**. Dabei besteht die **Gefahr**, dass die **Beweis-Lücke lediglich dort hin verschoben** wird: Während i.a. die **Geraden-Eigenschaft** einer durch **Ziehen** erzeugten Orts-Linie zunächst **zu Recht in Frage** gestellt wird, neigen Viele dazu, sie beim Bild einer Geraden unter einer **affinen Abbildung ohne weiteres anzunehmen**. Diese Lücke lässt sich jedoch in der Abbildungs-Geometrie ein für alle Mal schließen.

**4.3** Unseren Studierenden war i.a. klar, dass eine **visuell mit der DGS gewonnene Vermutung** (inklusive Korrektheit einer Konstruktion) noch **zu begründen** ist; — sei es, dass diese Erfordernis ihnen suggeriert wurde, sei es, dass sie sie wirklich verinnerlicht haben. Und mit der Existenz **zweier so unterschiedlicher Kulturen** hatten sie offenbar **keine mentalen Probleme**. Deren Harmonisierung dürfte, wie Hölzl und Andere beobachtet haben, **bei Mittelstufen-S&S nicht so bruchlos** vonstatten gehen; vielmehr dürften sich die **Motivierungs-Probleme für die begründende Geometrie** durch die Arbeit mit DGS verschärfen.

**4.4** Der Bruch ist noch tiefer, als dies in der DGS-Didaktik wahrgenommen wird: Während auf die klassischen Kongruenz- und Abbildungs-Geometrie die statische Punkt mengen-Auffassung sehr gut passt, sind die Objekte der DGS nun beweglich, in der **Mengen-Funktionen-Sprache**: Ist  $E$  die Euklidische Ebene,  $F (\subseteq E)$  eine Figur und  $I$  ein reelles Intervall, so betrachtet man **Abbildungen**  $I \times F \rightarrow E$ , die stetig bezüglich  $I$  und affin bezüglich  $F$  sind. — Dies ist nicht bloß mathematischer Formalismus, sondern es geht massiv um **Grund-Vorstellungen und -Verständnisse**.

**4.5** Die von Schumann und Anderen betonte und von mir zwar akzeptierte, aber zugleich bagatellierte **Abhängigkeit der Begriffs-Bildung vom Werkzeug** wurde z.B. an folgendem Umstand deutlich: **Als eine mögliche Ursache für die auffällige Zieh-Abstinenz** vieler Interviewten bei der Erzeugung von Orts-Linien identifizierten wir das Fehlen des sog. **Spur-Modus** in Cinderella. In ihm wird beim Ziehen eines Punkts die Bewegungsspur eines davon abhängigen Punkts in Real-Zeit erstellt, während man in **Cinderella** die **Orts-Linie nur auf einen Schlag** erzeugen kann.

**5. Literatur: U.a.:** Bender, Peter (1987 & 1989): Anschauliches Beweisen im Geometrieunterricht — ... In: H. Kautschitsch & W. Metzler (Hrsg.): Anschauliches Beweisen. Wien: HPT & Stuttgart: Teubner, 95-145