

Gesunder Menschen-Verstand, Piaget-Versuche und Mathematik-Unterricht

1. Einige ergänzende Gesichtspunkte zur Piagetschen Lehre

Wie kaum ein anderer hat der Genfer Biologe, Erkenntnis-Theoretiker und Kognitions-Psychologe Jean Piaget (1896–1980) im letzten Drittel des 20. Jahrhunderts in der westlichen Welt die Pädagogik und Didaktik der Primarstufe, der ganzen Vorschul-Zeit und der frühen Sekundarstufe beeinflusst. Wohl ist es in den letzten zwei Jahrzehnten auf wissenschaftlicher Ebene ruhiger um seine Lehre geworden. Aber in der Lehramts-Ausbildung sind (m.E. durchaus zu Recht) nach wie vor Implikationen aus seinen Erkenntnissen virulent; in weiten Kreisen von in der Grundschule Tätigen ist noch heute der Begriff „Piagetian“ ein Synonym für das positiv besetzte Attribut „kindgemäß“ (wovon der Informatiker Papert bei der Darstellung seines computer-zentrierten pädagogischen Ansatzes „Logo-Philosophie“ ausgiebig Gebrauch macht; s. Bender 1987); und nicht zuletzt verschafft das pädagogisch gewendete erkenntnis-theoretische Paradigma des Konstruktivismus, das mit, wie üblich, mehrjähriger Verspätung inzwischen in Hochschule, Seminar und Schule adaptiert wird, Piagets Werk wieder mehr Aufmerksamkeit.

Es überrascht nicht, dass ein derart umfangreiches Oeuvre (in 70 Jahren über 35.000 Druckseiten an Original-Arbeiten) mit einem umwälzenden Denk-Ansatz, eigens entwickelten Forschungs-Methoden und Argumentations-Mustern sowie weitreichenden und tiefgehenden Aussagen nicht nur tausende bestätigende, positiv ergänzende, weiterführende, übertragende usw., sondern auch hunderte distanzierte, widersprechende, relativierende, negativ ergänzende usw. Arbeiten auf den Plan gerufen hat. Diese Bedeutung und Vielfalt spiegelt sich schon in Existenz und Inhalt des Bands VII „Piaget und die Folgen“ (Steiner 1978) des Monumental-Werks „Die Psychologie des 20. Jahrhunderts“ wieder. Die Kritik wiederum reicht von „Piaget-System“-immanenten Modifikationen (z.B. des Prozentsatzes von Kindern, die sich in einem bestimmten Alter auf einer bestimmten Stufe der Intelligenz-Entwicklung befinden) bis zu fundamentaler Ablehnung (z.B. durch die marxistisch orientierte Sozial-Wissenschaft um 1970 als „bürgerlich“).

Z.T. beruht die Kritik auf Missverständnissen, nicht zuletzt auf der Basis der manchmal populistischen Sekundär- und Tertiär-Literatur, verbunden mit unzureichender Übersetzung (z.B.: „zwei-eindeutig“ statt „bijektiv“ o.ä. für „bi-univoque“; s. Piaget 1941 & 1975) und naiver Adaption durch Pädagogik und Didaktik, z.B.: in den 1960-er Jahren stellte „die“ Mathematik-Didaktik überrascht und erfreut fest, wie gut die von Piaget entwickelte zentrale kognitive Struktur der Gruppierung mit der fundamentalen mathematischen Struktur der Gruppe korrespondiert, und zog daraus den Schluss, dass in der Grundschule (naive) Gruppen-Theorie zu treiben sei, um damit auch die Bildung von Gruppierungen zu fördern. Zu den beiden direkt sichtbaren Fragwürdigkeiten dieser Argumentation (dass in der Grundschule flächendeckend Gruppen-Theorie getrieben wer-

den könne und dass damit die Ausbildung von Denk-Gruppierungen gefördert werden könne) kommt noch das ernüchternde Faktum, dass Piaget als mathematisch interessierter Laie in Anlehnung an Bourbaki seinen Gruppierungs-Begriff dezidiert dem mathematischen Gruppen-Begriff nachempfunden hatte.

Auf wissenschafts- und erkenntnistheoretischer Ebene kann man recht kritische Einwände vorbringen: Sind Piagets Versuche besser als die behaviouristischen Ansätze, die er eigentlich überwinden möchte, geeignet, die Entwicklung von Intelligenz, von kognitiver Kompetenz zu erklären, oder stellt sein positivistischer Ansatz nicht auch wieder nur Behaviourismus auf einer nächsten Stufe dar? Ist es nicht so, dass auch er die Intelligenz-Entwicklung nicht erklärt, sondern wieder nur beschreibt?

Oder: Für mich ist Piagets biologistisch gefärbte (durchaus gut belegte) Theorie der faktischen Intelligenz-Entwicklung in inter-individuell fixierten Stufen nur schwer vereinbar mit seinem konstruktivistisch orientierten Paradigma der individuellen Fort-Entwicklung der Intelligenz mittels der im Streben nach Äquilibration stehenden, aktiven Auseinandersetzung eines jeden Menschen mit seiner geistigen Umwelt. Ob die fein ziselierten Argumentations-Stränge, mit denen die Vereinbarkeit doch noch plausibel gemacht werden soll (vgl. etwa von Glasersfeld 1994 oder Steenbuck 2000), wiederum der pädagogischen Praxis standhalten, darf bezweifelt werden.

Fragwürdig ist auch die Validität von Piagets Untersuchungen. Z.B. hält die Mathematik-Didaktik die Ausbildung des kardinalen und des ordinalen Aspekts und deren Koordinierung zur Formierung „des“ Zahl-Begriffs für unzulänglich und hat diesen beiden Aspekten einige weitere hinzugefügt (Operator-, Maßzahl-, Kodierungs-Aspekt u.a.). Während man hier aber Piaget zugute halten kann, dass er doch die beiden wesentlichen Aspekte erfasst habe und es sich um eine lässliche Reduktion handele, stellt sich die Validitäts-Frage bei nicht mathematisch-naturwissenschaftlichen und daher weniger operationalisierbaren Begriffen wie Moral verschärft. Und kehrt man noch einmal zur mathematischen Begrifflichkeit zurück und beachtet, wie komplex, weit über die Harmonisierung einer Handvoll Aspekte hinaus, etwa der Zahl-Begriff eigentlich schon innerfachlich und erst recht kognitiv unter Einbezug der Lebenswelt, der Klassenraum-Situation sowie der individuellen Denk-Prozesse und Lern-Erfahrungen ist, so könnte doch quantitative in qualitative Reduktion umschlagen.

Hier wird nun eine weitere fundamentale Beschränktheit in Piagets Werk virulent: die Ausblendung sozialer Faktoren der Intelligenz-Entwicklung. Dazu muss man aber bedenken, dass Piagets innovativste Schaffens-Periode in den 1930-er und 1940-er Jahren lag (auch wenn er erst über ein Vierteljahrhundert später so richtig rezipiert wurde), in einer Zeit also, wo die Soziologisierung der Psychologie noch nicht im Schwange war, nicht zuletzt wegen der fehlenden technischen Möglichkeiten (vor allem von Video-Geräten zum Dokumentieren und Computern zum Auswerten). Überhaupt ist wohl Piagets Herangehensweise mit einer gewissen historischen Notwendigkeit als Vorläufer der heutigen hoch-komplexen Kognitions-Theorie zu sehen. Er hat zwar an verschiedenen Stellen die Bedeutung sozialer Einflüsse auf die Intelligenz-Entwicklung betont, sie in seinem Werk aber nie verfolgt. Seine frühe Beschäftigung (in den 20-er Jahren) mit der Dialektik von Individuation und Sozialisation jedenfalls war arg reduktionistisch und

wurde von ihm in den späteren Arbeiten auch nicht mehr aufgegriffen (s. Steenbuck 2000).

Es bleiben aber nicht nur die sozialen Faktoren der Entstehung, Ausprägung und Entwicklung von Intelligenz ausgeblendet, sondern im positivistischen Piagetschen Ansatz fehlt dem Intelligenz-Begriff die Komponente des **gesunden Menschen-Verstands**, einer Verbindung von allgemeiner Lebens-Erfahrung, Sprach-Verständnis und Menschen-Kennntnis, den man durchaus auch mathematisch wenden kann (wie es A. Kirsch immer gefordert hat). Zwar bedarf er zu seiner lokalen Entfaltung nicht unbedingt einer sozialen Situation, seine Entstehung, Verwurzelung, Verankerung und Weiter-Entwicklung in den kognitiven Strukturen ist aber stark sozial geprägt.

In der Tat leiden die sterilen Umgebungen, in die Piaget die Kinder zum Zwecke der klinischen Interviews bringt, an einem Mangel an Sinnhaftigkeit (auch wenn er tunlichst jüngeren Kindern zum Durchführen von Mengen-Manipulationen konkrete Objekte vorlegt und zueinander passende Objekt-Typen wählt, z.B. Flaschen und Gläser, Eierbecher und Eier, Wanderer und Stöcke und Rucksäcke), und auch die Fragestellungen sind oft nicht gerade dazu angetan, den gesunden Menschen-Verstand unmittelbar zu aktivieren, z.B. im **Reihen-Versuch**, der etwa so lautet: Wenn das Kind eine Reihe von Flaschen und dazu eine Reihe von gleich vielen Gläsern in Eins-zu-eins-Korrespondenz aufbaut, dann ist die Anzahl-Gleichheit beider Reihen ohne weiteres einsichtig. Wenn nun eine der beiden Reihen räumlich auseinander gezogen wird, verbunden mit der Frage, welche jetzt mehr Objekte enthält, dann antwortet die Mehrzahl der Kinder bis zum Alter von etwa 6 Jahren, dass in der längeren Reihe mehr Objekte enthalten sind. Für Piaget liegt dies daran, dass die Intelligenz noch nicht genügend ausgebildet ist und das Kind noch nicht in der Lage ist, die Erhaltung der Mächtigkeit einer Menge zu erkennen, wenn die Objekte dieser Menge räumlich weit genug verlagert werden. Dazu gibt er als m.E. tautologische Begründung an, dass Kinder in dem Alter i.a. sich die Umkehrung dieser Manipulation noch nicht vorstellen können. Wohl erscheint dieses Unvermögen plausibel, und es selbst käme als Kriterium für einen noch fehlenden Fortschritt in der Intelligenz-Entwicklung durchaus in Frage; aber: **Wenn** ein Kind sich die Umkehrung dieser Manipulation vorstellen **kann**, muss es deshalb noch lange nicht die Mächtigkeit einer Menge bei ihr und bei der Umkehr-Manipulation als konstant ansehen: Wenn es bei der Manipulation mehr Objekte werden, liegt es auf der Hand, dass es bei der Umkehr-Manipulation wieder weniger Objekte werden und die Anzahl am Schluss wieder dieselbe ist (noch sinnfälliger ist dieses Argument bei den ebenfalls berühmten Umfüll-Versuchen bezüglich der Flüssigkeitsmengen-Invarianz).

Ein klassischer Einwand auf anderer Ebene lautet, dass das Kind (durchaus unbewusst) versucht, sich angesichts des offenbar ernsthaften Charakters der ganzen Situation die von einer ersichtlich seriösen erwachsenen Person aufgeworfene Problemstellung sinnvoll zu machen, und die Frage nach dem „mehr“ z.B. als Frage nach der räumlichen Ausdehnung statt nach der Anzahl versteht (was im Französischen, der Sprache der Piagetschen Interviews, durch das gemeinsame Wort „plus“ besonders stark suggeriert wird) oder ein unbekanntes, undurchschaubares Phänomen unterstellt (ähnlich der Elektrizität, dem Telefon, der Selbstfahr-Kutsche) oder einfach der erwachsenen Person eine dieser möglicherweise passende Antwort gibt, zumal wenn nach längerer Befragung

seine Konzentrations-Fähigkeit nachlässt. Wenn der gesunde Menschen-Verstand in einem Bereich versagt, wird auf einen anderen Bereich umgeschaltet, und dann vielleicht auf einen weiteren, usw. — Es muss sich hier also keineswegs um einen Mangel an logisch-mathematischer Intelligenz handeln; es könnte einfach soziale Intelligenz fehlen, indem jüngere Kinder weniger Lebens-Erfahrung haben und deswegen noch mehr Phänomene für möglich halten. — Die Frage nach der Validität wird man nicht los.

2. Gesunder Menschen-Verstand bei Piaget-Versuchen: Zwei Beispiele

Ich möchte nun von zwei jungen Kindern berichten, mit denen ich den Reihen-Versuch durchführte, video-grafierte, transkribierte und, locker angelehnt an das Verfahren der „objektiven Hermeneutik“ im Sinne Oevermanns (s. z.B. 1986) interpretierte (mit dem Schwergewicht auf der Existenz von mit eigenständigem Geltungsanspruch versehenen allgemein geteilten Regeln sozialen Handelns und einer darauf fußenden objektiven, latenten Sinn-Struktur der in Form der Interviews stattgefundenen Interaktion, 22ff).

Durch den Einsatz ihres gesunden Menschen-Verstands kamen die beiden Kinder zu ganz anderen Ergebnissen, als die Piagetsche Lehre erwarten lässt: Thurid (weiblich, 3 Jahre und 9 Monate alt) und Roland (männlich, 3;5) stellen beide (unabhängig voneinander) fest, dass sich die Anzahl der Objekte, deren Reihe auseinander gezogen wird, **verringert**. Dass dies nichts mit mangelnder logisch-mathematischer Intelligenz (fehlender Einsicht in die Objekt-Identität und Anzahl-Erhaltung) zu tun hat, ergibt sich aus ihren Begründungen.

Bei T (im Juni 1993) wurde Duplo-Material (vergrößertes Lego) verwendet, mit dem sie umfangreiche Spiel-Erfahrung hat: Im Wohnzimmer von Ts Familie stellen T und der Versuchs-Leiter V gemeinsam auf einem Tisch 8 Wägelchen in eine Reihe und setzen auf jedes ein Tier (3 Pferde, 2 Seehunde, 2 Krokodile, 1 Schaf). Danach steigt jedes Tier ab und platziert sich vor seinem Wagen. Mehrfach fragt V, ob es mehr Tiere oder mehr Wagen sind. Für T sind es immer gleich viele („auch so viele“). Beim ersten Mal, als die Tiere noch auf den Wagen sitzen, zählt sie zusätzlich die Reihe korrekt ab; sie sagt die Zahlwort-Reihe richtig auf und zeigt bei jedem Zahlwort auf einen neuen Wagen (mit Tier). Es könnte sein, dass T die Frage des V von vorneherein als Frage nach der Anzahl versteht; vermutlich will sie aber mit dem Zähl-Vorgang deutlich machen, dass bei jedem Zähl-Schritt ein Wagen und ein Tier dazu kommen, dass die Gleichmächtigkeit also fortwährend erhalten bleibt (Prinzip der Induktion). Auf weitere Nachfragen und Begründungs-Forderungen zeigt T auf die Szene und erläutert „weil hier auch so gleich Tiere sind“ (d.h. man sieht es) und später „weil du auch so viele gehabt ... genommen hast“.

Nach dem Auseinanderziehen der Reihe der Tiere und der Frage, ob es jetzt mehr Tiere sind), antwortet sie: „Nee, mehr Wagen.“ Auf Nachfrage besteht sie auf ihrer Aussage und begründet sie, auf die nun etwas außerhalb der Wagen-Reihe stehenden 3–4 Tiere zeigend, „weil **die** Tiere weg sind“. Auf Aussage und Begründung beharrt sie trotz aller Versuche von V, sie zu verunsichern. Dabei wird sie allmählich etwas ungeduldig und ergänzt mit einem (in der Familie so gebräuchlichen) versöhnlich-bedauernden, aber

nach längerer Erklärungs-Bereitschaft nun abschließenden „leider“ (ist zu konstatieren, dass diese Tiere weg sind).

Als die Reihe der Tiere wieder zusammengeschoben wird, sind die beiden Anzahlen für T wieder gleich; als dann die Reihe der Wagen auseinander gezogen wird, sind es für T mehr Tiere, „weil **die** Wagen weg sind“; und als dasselbe nochmals mit der Reihe der Tiere durchgeführt wird, sind es für T wieder, völlig konsistent, mehr Wagen.

Als V mit seiner Verunsicherungs-Strategie nicht weiter kommt, fordert er T zum Zählen auf. Allerdings paart sich jetzt bei T Unlust mit Schalk: Sie sagt die Zahlwort-Reihe unabhängig von den Gegenständen auf, landet bei 1000, u.ä. V versucht zwar noch, T verbal auf seine Interessen zu trimmen, muss dabei aber zu viel vorgeben und bricht schließlich den Versuch ab (zumal diesem schon anstrengenderweise das Umfüll-Experiment vorausgegangen war). — Im Alter von 4;11 wird mit T der Reihen-Versuch (nun mit 10 Wagen und 10 Tieren) wiederholt. Die Anzahl-Gleichheit nach dem Absteigen der Tiere begründet sie wie ein Jahr vorher, nun sprachlich elaborierter: „weil man das sieht“, und auf Nachfrage, „weil jeder bei seinem Platz steht“. Nach dem Auseinanderziehen (und auch, wenn man die Reihe der Tiere noch viel weiter auseinanderziehen würde) sind nun die beiden Anzahlen „immer noch gleich“. Der Aspekt der abgegrenzten Szene, der ein Jahr vorher dominierte, spielt jetzt keine Rolle mehr. Die Erhaltung der Objekt-Identität und damit die Anzahl-Konstanz, die für T auch damals schon gegeben war, bleibt jetzt als alleiniges Argument: „weil ich es gesehen habe“ und weiter: „weil, vorher standen sie auf den Plätzen, und jetzt nicht mehr“. Mit der Frage, ob ein Tier oder ein Wagen übrig bliebe, wenn man die Reihe der Tiere wieder zusammen schöbe, kann T schon gar nichts mehr anfangen: „Wie meinst du das?“

Bei R (im August 1995) handelte es sich um Spielzeug-Autos (alle etwa gleich groß, im Mittel ca. 10 cm lang), die er gerade auf dem Boden neben einem stilisierten Stadtplan geparkt hat und die er gleich auf dem Tisch aufbauen soll, sowie um Lego-Männchen, mit denen er ebenfalls umfangreiche Spiel-Erfahrung hat. Zunächst stellt er auf Nachfrage durch korrektes Zählen (wie seinerzeit T) die Anzahl 7 der Autos fest und bemerkt, dass eines kaputt ist, worauf V (in Anknüpfung an Rs vorausgegangene Tätigkeit) meint: „Das lassen wir trotzdem mitspielen“. Nun stellt R die Autos in eine Reihe auf den Tisch und vor jedes Auto ein Männchen. Auf die Frage: „Sind das mehr Männchen oder mehr Autos oder gleich viele“; antwortet R : „Gleich viele“; und begründet, mit einem Finger auf die Szene zeigend und diesen dabei hin und her bewegend: „Weil das viele Männchen und viele Autos sind.“ — Ersichtlich will er nicht äußern, dass allgemein zwei Mengen mit jeweils vielen Elementen gleichmächtig seien, sondern er will sagen, dass es hier genau so viele Männchen wie Autos sind. Dieses Argument wiederum bedeutet etwas anderes als die Wiederholung der ursprünglichen Antwort-Alternative (wie durch die Finger-Bewegung zusätzlich klar wird), nämlich den Hinweis auf die Eins-zu-eins-Korrespondenz von Autos und Männchen.

Als dann die Reihe der Männchen auseinander gezogen ist, stellt R fest, dass es nun mehr Autos sind, mit der Begründung: „Weil da zwei Männchen ’raus sind“. Als V fragt: „Und wenn man sie jetzt wieder vor die Autos stellt?“, antwortet R, diese Situation antizipierend: „Dann sind’s wieder viele“ (= gleich viele).

Bei **dieser** Form des Reihen-Versuchs haben **diese** beiden etwa 3-1/2-jährigen Kinder ganz anders reagiert, als Piagets Lehre von der Intelligenz-Entwicklung nahe legt. Sie haben Mengen (im Umfang ≤ 10) korrekt und sicher abgezählt. Für sie war die Objekt-Identität und die Anzahl-Konstanz beim Auseinanderziehen und Zusammenschieben einer Reihe selbstverständlich. Das Umfeld, in dem der Versuch durchgeführt wurde (das heimische Wohnzimmer, in dem sie sich regelmäßig zum Spielen aufhalten), die Gegenstände und deren Verwendung (gewohnter Aufbau von gewohntem Spielzeug in Reihen), sowie V (der eigene Vater, der sie schon häufiger gefilmt hatte), — alles dies war ihnen vertraut, so dass sich die Situation nahtlos an ihr Alltags-Leben anschloss und sie ohne weiteres ihren gesunden Menschen-Verstand einsetzen konnten. Da sehen sie eine Szene vor sich, wie sie sich in ähnlicher Form in ihren Spielen schon oft ergeben hat, sie interpretieren das Auseinanderziehen der einen Reihe so, als ob einige von deren Mitgliedern die Szene verlassen, sie stellen völlig plausibel fest, dass diese Reihe nun weniger Objekte enthält, und wissen auch, dass sich nach dem Zusammenschieben in ihr wieder gleich viele Objekte wie in der anderen (innerhalb der Szene) befinden. Darin lassen sie sich auch nicht durch hartnäckiges Nachfragen erschüttern.

Um aus den Äußerungen der Kinder den gesunden Menschen-Verstand zu rekonstruieren, muss man selbst mit dem gesunden Menschen-Verstand herangehen (und dazu ist es durchaus von Nutzen, wenn ein erwachsener Verwandter beteiligt ist). Nichts anderes bringt Oevermann zum Ausdruck, wenn er schreibt, „daß die praktischen Verfahren der objektiven Hermeneutik sich nicht prinzipiell **erkenntnislogisch** von den Verfahren des Alltagswissens unterscheiden“ (1979, 391).

3. Gesunder Menschen-Verstand und Mathematik-Unterricht

Gewiss hätte man diese beiden Kinder mit Versuchs-Arrangements konfrontieren können, in denen sich das Stadium der prä-operationalen Intelligenz im Sinne Piagets manifestiert hätte, indem man einfach die Möglichkeit zum Einsatz des gesunden Menschen-Verstands verringert und ihre Geduld stärker strapaziert hätte. — Mit dieser Bemerkung geht es mir nicht um eine Kritik an Piaget; denn Piagets Interesse richtete sich nun einmal nicht auf den sozial geprägten und situations-abhängigen gesunden Menschen-Verstand, sondern (u.a.) auf einen aseptischen, an die logisch-mathematische Begrifflichkeit angelehnten und in logisch-mathematischer Sprache zu definierenden und von ihm so definierten Intelligenz-Begriff. Wohl ist inzwischen die moderne Kognitions-Psychologie weit über Piaget hinaus gelangt (s. z.B. Stern 2001); trotzdem ist seine Intelligenz-Theorie, zusammen mit allen Relativierungen, Ergänzungen und Kritiken, m.E. nach wie vor ein unverzichtbarer Wissens-Bestand für jede Pädagogin und jeden Pädagogen. Allerdings muss die pädagogische Betätigung diese Theorie deutlich überschreiten und insbesondere in die Lehr-Lern-Prozesse an vielen Stellen ein Konstrukt wie den gesunden Menschen-Verstand einbeziehen, und zwar bezogen auf alle Beteiligte.

Dass dies im Mathematik-Unterricht vom 1. bis zum 13. Schuljahr weltweit kaum geschieht, weiß eigentlich jede und jeder. An der Sinn-Ferne des „normalen“ Mathematik-Unterrichts hat sich auch dadurch im Prinzip nichts geändert, dass man heutzutage viele elementare mathematische Begriffe mit Hilfe von realen oder vorgestellten Handlungen

als designierte Grundlagen für die Denk-Operationen in Anlehnung an Piaget aufbaut. Mit Recht kritisiert z.B. Baruk (1985 & 1989, 297) die „Ignoranz über die Funktionsweise ... des kindlichen Verstandes ... in Mathematik ... unter der Schirmherrschaft von Piagets Psychologie“, wie sie „im Hantieren mit allerlei Gegenständen“ zum Ausdruck kommt (ähnlich ist m.E. Montessori-Material zu sehen). So sehr ein solches Hantieren mit dem positiven Image der aktiven und selbstständigen Konstruktion von Wissen (u.ä.) besetzt ist, so sinnleer bleibt es meistens (Baruk, 298, spricht von „tauben Nüssen“) und stellt nicht gerade eine Herausforderung für den gesunden Menschen-Verstand dar. Dabei kann es dahin gestellt bleiben, ob die Schöpferinnen und Schöpfer solcher Unterrichts-Gänge meinen, das abstrakte Manipulieren abstrakter Gegenstände sei etwas Sinnvolles, oder ob die Kategorie „Sinn“ ihnen gar nicht in den Sinn kommt.

Allerdings ist die Durchdringung des Mathematik-Unterrichts mit Sinn alles andere als trivial. Z.B. ist Anwendungs-Bezug, und zwar durchaus auf der Basis von authentischen Beispielen (wie auch ich ihn schon — wohlfeil — gefordert habe), zwar möglicherweise förderlich, aber weder hinreichend, noch notwendig.

Erstens muss sich ein noch so sehr anwendungs-orientierter Mathematik-Unterricht immer wieder über weite Strecken, auf denen die mathematische Begriffs-Bildung mit Grund-Vorstellungen und Grund-Verständnissen stattfindet, von Anwendungen lösen. Bei den dinglichen Trägern dieser Begriffs-Bildung muss es sich jedoch keineswegs um abstrakte Objekte (bedeutungslose Gegenstände, Zeichen usw.) handeln, sondern sie können sehr wohl auch in (entsprechend aufbereitete!) reale oder metaphorische Zusammenhänge (im Sinne von Bender 1991) eingebunden sein, die von den S&S mit ihrem gesunden Menschen-Verstand durchschaut werden können und an denen sich dieser schärfen kann. Hierher gehören durchaus auch Manipulationen mit Plättchen zum Beweis arithmetischer Sätze (!) (z.B. Summe der n ersten ungeraden Zahlen u.v.a.m.), aber eben nicht die von Baruk mit Recht kritisierten Trivialitäten.

Zum **zweiten** ist mir eigentlich noch kein Vorschlag für den Mathematik-Unterricht mit einer wirklich authentischen Anwendung untergekommen. Auch das schöne Büchlein von Erichson (1993), einer exponierten Vertreterin der Authentizitäts-Forderung, ist in Fragestellung und Durchführung letztlich doch nicht authentisch; und es kann dies gar nicht sein, weil auch ihm pädagogische und didaktische Absichten unterliegen und bei den Adressatinnen und Adressaten mehrheitlich Betroffenheit, Erfahrung, praktischer Zugang, mathematische und andere Mittel fehlen.

Dies verweist **drittens** auf folgenden unverrückbaren Umstand: Wohl bereitet Schule auf ein Leben in der Gesellschaft vor und ist darüber hinaus selbst Teil der Lebens-Welt. Aber sie ist gerade nicht der Ernst-Fall, sondern sie ist **der** Schonraum in unserer Gesellschaft; sie vermittelt, genau genommen, nur gefilterte, geglättete, beschönigte, — eben vermittelte — Realität; und es ist — für alle offensichtlich — immer eine pädagogische Absicht vorhanden, die allerdings oft von den S&S inhaltlich nicht durchschaut wird und (was redlicherweise festgestellt werden muss) nicht durchschaut werden kann, möge es sich um eine noch so authentische Sach-**Aufgabe** (!), einen noch so emanzipatorischen **Unterrichts-** (!) Stil, ein noch so autonomes **Schul-** (!) Projekt handeln.

Dies alles wissen ABC-Schützinnen und -Schützen genauso wie Abiturientinnen und Abiturienten, und aus diesem Grund brechen sie nicht in „ein gewaltiges allgemeines Gelächter“ (wie Baruk, 32, es von ihnen fordert) aus, wenn ihnen eine sog. Kapitänsaufgabe vorgelegt wird wie: „Auf einem Schiff befinden sich 26 Schafe und 10 Ziegen; wie alt ist der Kapitän?“. Sondern „man bekommt“ von Denjenigen, die sie durchschauen, „eine höfliche ablehnende Antwort“ (auch von Erwachsenen, 34f), weil sie eben die völlig ungewohnte Absicht der Herausforderung zum Gelächter nicht durchschauen, und die Anderen „akzeptieren in schreckenerregender Weise das Nichtakzeptierbare“ (33) und halten die Aufgabe für sinnvoll. — In den höflichen Antworten erblicke ich ein durchaus positives Sozial-Verhalten und im Rechnen mit den Zahlen eine typische Aktivität in der Vermitteltheits-Pädagogik-Schonraum-Situation, wo ohne großes Nachdenken ein Sinn auf der Meta-Ebene konstruiert wird und die Rede von „irrsinnig“, von „verrückt“ (44) oder von der „psychiatrischen Station“ (29) nicht angebracht ist.

Dies wurde bereits von Selter (1994) sehr schön herausgearbeitet, und seiner sensiblen Analyse, in der er auch seinen Weg von einer „Erschütterung bis ins ‚pädagogische Mark‘“ bis hin zu einer „optimistischeren Einschätzung des geistigen Potentials“ der Kinder beschreibt, ist eigentlich nichts hinzuzufügen.

Viele der Kolleginnen und Kollegen, die Baruks Auffassungen (vielleicht nicht in der Diktion, aber im Duktus) teilen, halten m.W. dagegen folgende Aufgabe sehr wohl für didaktisch wertvoll: „Auf einem Bauern-Hof gibt es Hasen und Hühner. Insgesamt sind es 26 Tiere, und sie haben zusammen 70 Beine. Wie viele Hasen und wie viele Hühner sind es?“ In Sachen „Sinnhaftigkeit“ hat sie der Kapitänsaufgabe eigentlich nichts voraus; und wie sollen die S&S den mathematik-didaktischen Unterschied erkennen, wo sie doch beidesmal aus gegebenen Zahlen über einen im Text versteckten Zusammenhang mit bekannten (Rechen-) Operationen neue Zahlen ermitteln sollen?

Um nicht missverstanden zu werden: Ich hätte schon gern, dass S&S Kapitänsaufgaben mit der Reaktion „die Antwort ist durch die gegebenen Fakten nicht bestimmt“ erledigen, dass der Mathematik-Unterricht eine emanzipatorische Wirkung hat und man dort etwas „für das Leben lernt“. Aber solche Ziele sind eben durch den Vermitteltheits-Pädagogik-Schonraum-Charakter von Schule beschränkt und kanalisiert. Wo die „offizielle“ Rechen-Methodik (und die Pädagogik überhaupt) bis in die 1960-er Jahre diesen Charakter mehr oder weniger bewusst ausgelebt hat, merken deren Kritikerinnen und Kritiker, die seitdem mit den unterschiedlichsten Verbesserungs-Ansätzen auf den Plan getreten sind, nur nicht, dass sie, wohl etwas subtiler, aber dennoch: nichts anderes tun.

Ersichtlich liefern „die“ Straßen-Kinder von Sao Paulo, die da hin und wieder in die pädagogisch-mathematikdidaktische Debatte eingeführt werden, weil „sie“ allein mit ihrem gesunden Menschen-Verstand und ohne Unterweisung das Rechnen erlernen, kein geeignetes Modell für die Schule in unserer Erste-Welt-Gesellschaft. Die so erworbene Bildung ist sowieso sehr punktuell und instabil; und überhaupt möchte ich unsere Kinder nicht solchen authentischen Situationen wie auf den Straßen von Sao Paulo ausgesetzt sehen (und die Kinder dort am liebsten auch nicht). Es lässt sich doch nicht ernsthaft bestreiten, dass unsere Schule auf das Leben in unserer Gesellschaft vorbereitet (und zwar tendenziell auch auf deren autoritäre Strukturen, die im Berufs-Leben, mit

guten Gründen, viel stärker ausgeprägt sind, als sich die Angehörigen des Bildungs-Systems i.a. träumen lassen).

Ein Auftrag von Schule ist m.E. die **Erziehung** zum bewussten Gebrauch des gesunden Menschen-Verstands. Hier findet der Unterricht in Mathematik, dem Rückgrat der naturwissenschaftlich-technisch-rationalen Hälfte unserer Kultur im Sinne C.P. Snows (s. Bender 2001), eine seiner vornehmsten Aufgaben. Diese ist zunächst im fachlichen Bereich angesiedelt, überschreitet diesen aber selbstverständlich. Ein wichtiges Merkmal dabei ist immer auch der Authentizitäts-Status des jeweiligen Gegenstands, wobei die Beteiligten i.a. um die Vermitteltheit der schulischen Themen wissen und sich auf bestimmte Formen der Behandlung einstellen. Wer hier die ausgetretenen Pfade heimlich und unerwartet verlässt, hat kein Recht sich zu mokieren, keinen Anlass zu klagen und verhält sich **unfair**, wenn sie oder er sich über die Berichte aufregt oder amüsiert, wie S&S unvorbereitet und vertrauensvoll in eine von Erwachsenen gestellte Falle tappen. Die S&S würden jedenfalls ernster genommen, wenn man auch bei solchen (Meta-) Fragen — so man sie denn behandeln möchte — Maßstäbe setzen, Hinweise geben und ihnen Übung angedeihen lassen würde.

Literatur

1. Baruk, Stella (1985 & 1989): L'âge du capitaine. De l'erreur en mathématiques. Paris 1985: Editions du Seuil. Dt. 1989: Wie alt ist der Kapitän? Über den Irrtum in der Mathematik. Basel u.a.: Birkhäuser
2. Bender, Peter (1987): Kritik der Logo-Philosophie. In: Journal für Mathematik-Didaktik 8, 3–103
3. Bender, Peter (1991): Ausbildung von Grundvorstellungen und Grundverständnissen In: Helmut Postel, Arnold Kirsch & Werner Blum (Hrsg.): Mathematik lehren und lernen. Festschrift für Heinz Griesel. Hannover: Schroedel, 48–60
4. Bender, Peter (2001): Some Paradigms of Mathematics Education — and how the Work with Computers is Related to them. Erscheint in: K. Houston u.a. (Hrsg.): Selected Papers from the Annual Conference of Didactics of Mathematics 1999. Hildesheim: Franzbecker
5. Erichson, Christa (1993): Von Lichtjahren, Pyramiden und einem regen Wurm. Hamburg: verlag für pädagogische medien
6. Glasersfeld, Ernst von (1994): Piagets konstruktivistisches Modell: Wissen und Lernen. In: Gebhard Rusch & Siegfried J. Schmidt (Hrsg.): Piaget und der Radikale Konstruktivismus. Frankfurt: Suhrkamp 1994, 16–42
7. Oevermann, Ulrich (1986): Kontroversen über sinnverstehende Soziologie. Einige wiederkehrende Probleme und Mißverständnisse in der Rezeption der „objektiven Hermeneutik“. In: Stefan Aufenanger & Margrit Lenssen (Hrsg.): Handlung & Sinnstruktur. München: Kindt, 19–83
8. Oevermann, Ulrich, Tilman Allert, Elisabeth Konau & Jürgen Krambeck (1979): Die Methodologie einer „objektiven Hermeneutik“ und ihre allgemeine forschungslogische Bedeutung in den Sozialwissenschaften. In: Hans-Georg Soeffner (Hrsg.): Interpretative Verfahren in den Sozial- und Textwissenschaften. Stuttgart: Metzler, 352–434
9. Piaget, Jean & Alina Szeminska (1941 & 1975): La genèse du nombre chez l'enfant. Neuchâtel 1941: Delachaux et Niestlé. Dt. (1965): Die Entwicklung des Zahlbegriffs beim Kinde. Stuttgart 1975: Klett
10. Selter, Christoph (1994): Jede Aufgabe hat eine Lösung. Vom rationalen Kern irrationalen Vorgehens. In: Die Grundschule 26, Heft 3, 20–22
11. Steenbuck, Olaf (2000): Funktion, Struktur — oder beides? Zur neueren Rezeption Piagets in der Erziehungswissenschaft. In: Dieter Katzenbach & Olaf Steenbuck (Hrsg.): Piaget und die Erziehungswissenschaft heute. Frankfurt u.a.: Peter Lang, 249–317
12. Steiner, Gerhard (1978) (Hrsg.): Piaget und die Folgen. Band VII von: Heinrich Balmer (Hrsg.): Die Psychologie des 20. Jahrhunderts. Zürich: Kindler
13. Stern, Elsbeth (2001): Wie abstrakt lernt das Grundschulkind? Neuere Ergebnisse der entwicklungspsychologischen Forschung. Erscheint in: Hans Petillon (Hrsg.): Handbuch Grundschulforschung. Band 5: Individuelles und soziales Lernen — Kindperspektive und pädagogische Konzepte. Leverkusen: Leske & Budrich