

Peter BENDER, Paderborn

Gesunder Menschen-Verstand, Piaget-Versuche, Kapitäns-Aufgaben und Mathematik-Unterricht

Kurzfassung von: Bender, Peter (2001): **Gesunder Menschen-Verstand, Piaget-Versuche und Mathematik-Unterricht**. In: Christoph Selter & Gerd Walther (Hrsg.): *Mathematik lernen und gesunder Menschenverstand — Festschrift für Gerhard Norbert Müller*. Leipzig u.a.: Klett, 26–34 (Literatur-Verzeichnis s. dort)

1. Einige ergänzende Gesichtspunkte zur Piagetschen Lehre

Wie kaum ein anderer hat der Genfer Biologe, Erkenntnis-Theoretiker und Kognitions-Psychologe Jean Piaget (1896–1980) im letzten Drittel des 20. Jahrhunderts in der westlichen Welt die Pädagogik und insbesondere auch die Mathematik-Didaktik beeinflusst (s. z.B. Band VII "Piaget und die Folgen" (Steiner 1978) des Monumental-Werks "Die Psychologie des 20. Jahrhunderts"). Es gibt allerdings auch (schon in diesem Band) vielerlei Kritik. Heute möchte ich mich auf folgenden Gesichtspunkt konzentrieren:

Bei Piaget bleiben die sozialen Faktoren der Entstehung, Entwicklung und Anwendung von Intelligenz durchweg ausgeblendet, und es fehlt die Komponente des **gesunden Menschen-Verstands** (GMV), einer Verbindung von allgemeiner Lebens-Erfahrung, Sprach-Verständnis und Menschen-Kennntnis, den man durchaus auch mathematisch wenden kann und soll. Die sterilen Umgebungen der klinischen Interviews leiden an einem Mangel an Sinnhaftigkeit, und die Fragestellungen sind oft nicht dazu angetan, den GMV unmittelbar zu aktivieren, z.B. im **Reihen-Versuch**:

Wenn das Kind eine Reihe von Flaschen und dazu eine Reihe von gleich vielen Gläsern in Eins-zu-eins-Korrespondenz aufbaut, dann ist die Anzahl-Gleichheit beider Reihen ohne Weiteres einsichtig. Wenn nun eine der beiden Reihen räumlich auseinander gezogen wird, verbunden mit der Frage, welche jetzt mehr Objekte enthält, dann antwortet die Mehrzahl der Kinder bis zum Alter von etwa 6 Jahren, dass in der längeren Reihe mehr Objekte enthalten sind. Nach Piaget verfügen die Kinder noch nicht sicher über 'Objekt-Identität und Anzahl-Invarianz gegenüber örtlichen Verlagerungen'.

2. Gesunder Menschen-Verstand bei Piaget-Versuchen: Zwei Beispiele

Ich möchte nun von zwei Kindern berichten, mit denen ich den Reihen-Versuch durchführte, video-grafierte, transkribierte und interpretierte. Mit ihrem GMV kamen die beiden Kinder zu ganz anderen Ergebnissen: Thurid (weiblich, 3;9) und Roland (männlich, 3;5) stellen (unabhängig voneinander) fest, dass sich die Anzahl der Objekte, deren Reihe auseinander gezogen wird, **verringert**. Dass dies nichts mit mangelnder logisch-mathematischer Intelligenz zu tun hat, ergibt sich aus ihren Begründungen.

Bei T (im Juni 1993) wurde Duplo-Material (vergrößertes Lego) verwendet, mit dem sie umfangreiche Spiel-Erfahrung hat: Im Wohnzimmer von Ts Familie stellen T und der Versuchs-Leiter V gemeinsam auf einem Tisch 8 Wägelchen in eine Reihe und setzen auf jedes ein Tier (3 Pferde, 2 Seehunde, 2 Krokodile, 1 Schaf). Danach steigt jedes Tier ab und platziert sich vor seinem Wagen. Mehrfach fragt V, ob es mehr Tiere oder mehr Wagen sind. Für T sind es immer gleich viele ("auch so viele"). Beim ersten Mal, als die Tiere noch auf den Wagen sitzen, zählt sie zusätzlich die Reihe korrekt ab; sie sagt die Zahlwort-Reihe richtig auf und zeigt bei jedem Zahlwort auf einen neuen Wagen (mit Tier). Es könnte sein, dass T die Frage des V von vorne herein als Frage nach der Anzahl versteht; vermutlich will sie aber mit dem Zähl-Vorgang deutlich machen, dass bei jedem Zähl-Schritt ein Wagen und ein Tier dazu kommen, dass die Gleichmächtigkeit also fortwährend erhalten bleibt (Prinzip der Induktion). Auf weitere Nachfragen und Begründungs-Forderungen zeigt T auf die Szene und erläutert "weil hier auch so gleich Tiere sind" (d.h.: man sieht es) und später "weil du auch so viele gehabt ... genommen hast".

Nach dem Auseinander-Ziehen der Reihe der Tiere und der Frage, ob es jetzt mehr Tiere sind, antwortet sie: "Nee, mehr Wagen." Auf Nachfrage besteht sie auf ihrer Aussage und begründet sie, auf die nun etwas außerhalb der Wagen-Reihe stehenden 3–4 Tiere zeigend, "weil **die** Tiere weg sind". Auf Aussage und Begründung beharrt sie trotz aller Versuche von V, sie zu verunsichern. Dabei wird sie allmählich etwas ungeduldig und ergänzt mit einem (in der Familie gebräuchlichen) versöhnlich-bedauernden, aber nach längerer Erklärungs-Bereitschaft nun abschließenden "leider" (... ist zu konstatieren, dass diese Tiere weg sind).

Als die Reihe der Tiere wieder zusammengeschoben wird, sind die beiden Anzahlen für T wieder gleich; als dann die Reihe der Wagen auseinander gezogen wird, sind es für T mehr Tiere, "weil **die** Wagen weg sind"; und als Dasselbe nochmals mit der Reihe der Tiere durchgeführt wird, sind es für T wieder, völlig konsistent, mehr Wagen.

Als V mit seiner Verunsicherungs-Strategie nicht weiter kommt, fordert er T zum Zählen auf. Allerdings paart sich jetzt bei T Unlust mit Schalk: Sie sagt die Zahlwort-Reihe unabhängig von den Gegenständen auf, landet bei 1000, u.ä. V versucht zwar noch, T verbal auf seine Interessen zu trimmen, muss dabei aber zu viel vorgeben und bricht schließlich den Versuch ab.

Im Alter von 4;11 (ein gutes Jahr später) wird mit T der Reihen-Versuch (nun mit 10 Wagen und 10 Tieren) wiederholt. Die Anzahl-Gleichheit nach dem Absteigen begründet sie nun sprachlich elaborierter: "weil man das

sieht", und auf Nachfrage, "weil jeder bei seinem Platz steht". Nach dem Auseinander-Ziehen (und auch, wenn man die Reihe der Tiere noch viel weiter auseinander ziehen würde) sind nun die beiden Anzahlen "immer noch gleich". Der Aspekt der abgegrenzten Szene spielt jetzt keine Rolle mehr. Mit der Frage, ob ein Tier oder ein Wagen übrig bliebe, wenn man die Reihe der Tiere wieder zusammen schöbe, kann T schon gar nichts mehr anfangen; sie fragt zurück: "Wie meinst du das?"

Bei R (im August 1995) handelte es sich um Spielzeug-Autos (alle etwa gleich groß, im Mittel ca. 10 cm lang), die er gerade auf dem Boden neben einem stilisierten Stadtplan geparkt hat und die er gleich auf dem Tisch aufbauen soll, sowie um Lego-Männchen, mit denen er ebenfalls umfangreiche Spiel-Erfahrung hat. Zunächst stellt er auf Nachfrage durch korrektes Zählen (wie seinerzeit T) die Anzahl 7 der Autos fest und bemerkt, dass eines kaputt ist, worauf V (in Anknüpfung an Rs vorausgegangene Spiel-Tätigkeit) meint: "Das lassen wir trotzdem mitspielen". Nun stellt R die Autos in eine Reihe auf den Tisch und vor jedes Auto ein Männchen. Auf die Frage: "Sind das mehr Männchen oder mehr Autos oder gleich viele"; antwortet R: "gleich viele"; und begründet, mit einem Finger auf die Szene zeigend und diesen dabei hin und her bewegend: "Weil das viele Männchen und viele Autos sind." — Ersichtlich will er nicht äußern, dass allgemein zwei Mengen mit jeweils vielen Elementen gleichmächtig seien, sondern er will sagen, dass es hier genau so viele Männchen wie Autos sind. Dieses Argument wiederum bedeutet etwas anderes als die Wiederholung der ursprünglichen Antwort-Alternative (wie durch die Finger-Bewegung zusätzlich klar wird), nämlich den Hinweis auf die Eins-zu-eins-Korrespondenz von Autos und Männchen.

Als dann die Reihe der Männchen auseinander gezogen ist, stellt R fest, dass es nun mehr Autos sind, mit der Begründung: "Weil da zwei Männchen 'raus sind". Als V fragt: "Und wenn man sie jetzt wieder vor die Autos stellt?", antwortet R, diese Situation antizipierend: "Dann sind's wieder viele" (= gleich viele).

Bei **dieser** Form des Reihen-Versuchs haben **diese** beiden etwa 3-1/2-jährigen Kinder ganz anders reagiert, als Piagets Lehre nahe legt. Sie haben Mengen (im Umfang ≤ 10) korrekt und sicher abgezählt. Für sie waren 'Objekt-Identität und Anzahl-Konstanz gegenüber örtlichen Verlagerungen' gegeben. Das Umfeld, in dem der Versuch durchgeführt wurde, die Gegenstände und deren Verwendung sowie der Versuchs-Leiter und das Filmen, — alles dies war ihnen vertraut, so dass sich die Situation nahtlos an ihr Alltags-Leben anschloss und sie ohne Weiteres ihren GMV einsetzen konnten.

3. Kapitäns-Aufgaben

Die Abwesenheit von erkennbarem Sinn und in Verbindung damit eine feindliche Atmosphäre für den GMV weltweit im üblichen Mathematik-Unterricht wird von Stella Baruk in ihrem berühmten Buch "Wie alt ist der Kapitän?" (1985 & 1989) heftig kritisiert.

Allerdings ist die Durchdringung des Mathematik-Unterrichts mit Sinn alles andere als trivial. Z.B. ist (durchaus authentischer) Anwendungs-Bezug zwar möglicherweise förderlich, aber weder hinreichend, noch notwendig. Wohl bereitet nämlich Schule auf ein Leben in der Gesellschaft vor und ist selbst Teil der Lebens-Welt, aber sie ist gerade nicht der Ernst-Fall, sondern sie ist **der** Schonraum; und es ist — für alle offensichtlich — immer eine pädagogische Absicht vorhanden, — und das ist auch gut so.

Deshalb brechen die Kinder nicht in "ein gewaltiges allgemeines Gelächter" aus (wie Baruk es von ihnen fordert), wenn ihnen eine sog. Kapitäns-Aufgabe vorgelegt wird wie: "**Auf einem Schiff befinden sich 26 Schafe und 10 Ziegen; wie alt ist der Kapitän?**", sondern sie reagieren höflich und rechnen. Hierin erblicke ich insgesamt ein durchaus positives Sozialverhalten und speziell im Rechnen mit den Zahlen eine typische Aktivität in der Vermitteltheits-Pädagogik-Schonraum-Situation der Schule, wo ohne großes Nachdenken ein Sinn auf der Meta-Ebene konstruiert wird. Diese Interpretation wurde bereits von Selter (1994) sehr schön herausgearbeitet.

Viele, die Baruks Auffassungen teilen, halten m.W. dagegen folgende Aufgabe durchaus für didaktisch wertvoll: "Auf einem Bauern-Hof gibt es Hasen und Hühner. Insgesamt sind es 26 Tiere, und sie haben zusammen 70 Beine. Wie viele Hasen und wie viele Hühner sind es?" In Sachen 'Sinnhaftigkeit' hat sie der Kapitäns-Aufgabe eigentlich nichts voraus; und wie sollen die Kinder den mathematik-didaktischen Unterschied erkennen, wo sie doch beides Mal aus gegebenen Zahlen über einen im Text versteckten Zusammenhang mit bekannten Operationen neue Zahlen ermitteln sollen?

Natürlich ist die Hasen-Hühner-Köpfe-Beine-Aufgabe aus mathematik-didaktischer Sicht anregend, reizvoll und ergiebig. Außerdem sollten Kinder dazu kommen, Kapitäns-Aufgaben mit der Reaktion "die Antwort ist durch die gegebenen Fakten nicht bestimmt" zu erledigen. Aber dies setzt **Maßstäbe, Erziehung, Anleitung, Übung und Hinweise** zum bewussten Gebrauch des GMV voraus. Wer lediglich heimlich und unerwartet die ausgetretenen Pfade verlässt, hat kein Recht sich zu mokieren, keinen Anlass zu klagen und verhält sich **unfair**, wenn sie oder er sich über die Berichte aufregt oder amüsiert, wie Kinder unvorbereitet und vertrauensvoll in eine von Erwachsenen gestellte Falle tappen.