

Peter Bender (in: matik 54, WS 04/05, Fachschafts-Zeitschrift Mathe-Info Universität Paderborn)

Drei schlechte Aufgaben aus TIMSS und PISA

Bei den internationalen Vergleichs-Untersuchungen TIMSS (1994/95) sowie PISA 2000, 2003 und 2006 wurden und werden u.a. die Leistungen der 15-Jährigen in Mathematik und Naturwissenschaften getestet. Dabei wird eine bestimmte Vorstellung von sog. "Mathematical Literacy" (ML) zugrunde gelegt, und die Lehrpläne der verschiedenen Länder werden bewusst kaum berücksichtigt. Über ML verfügen, heißt "die Rolle zu erkennen und zu verstehen, die die Mathematik in der Welt spielt, fundierte mathematische Urteile abzugeben und sich auf eine Weise mit der Mathematik zu befassen, die den Anforderungen des gegenwärtigen und künftigen Lebens einer Person als konstruktivem, engagiertem und reflektierendem Bürger entspricht."

ML ist, auch aus meiner Sicht, ein wichtiges Ziel für den Mathematik-Unterricht in allen Schulformen. Der Grad ihres Vorhandenseins ist aber faktisch nicht in üblichen Tests (schriftlich, mit begrenzter Zeit, allgemein vergleichbar, ökonomisch auswertbar) zu überprüfen. Der Versuch, dies in TIMSS und PISA doch zu tun, ist folglich nicht gut gelungen. An vielen der freigegebenen Aufgaben (die meisten der gestellten Aufgaben werden geheim gehalten) lässt sich zeigen, wie viel den TIMSS- und PISA-Leuten selbst an ML fehlt und wie weit sie vom Testen der ML entfernt sind. Dazu gibt es in der Literatur viel Kritisches zu lesen.

Ich möchte nun drei "Schätzchen" vorstellen, die sich dadurch auszeichnen, dass das von den Autorinnen & -Autoren Gemeinte nicht korrekt ist. Wie immer besteht für die Test-Personen eine wichtige Herausforderung eigentlich darin, eben das Gemeinte herauszufinden. Bei diesen drei Aufgaben müsste eine souveräne Test-Person jeweils sie zunächst lösen, sich dann in die Aufgaben-Stellerinnen & -Steller versetzen und schließlich, um diesen gerecht zu werden und die volle Punktzahl zu erhalten, eine falsche Antwort angeben.

Ich muss noch einräumen, dass ich nicht alle freigegebenen Aufgaben geprüft habe und bei der einen oder anderen, die ich geprüft habe, vielleicht betriebsblind war und damit noch so manchen "Schatz" übersehen habe. Außerdem scheinen die Aufgaben im Laufe der Jahre bei jedem neuen Test "besser" zu werden. Schließlich sagt die fehlende Eignung von Aufgaben für Vergleichs-Tests nichts darüber aus, ob sie für eine Behandlung im Unterricht nicht doch in Frage kämen.

1. Mieten vergleichen (TIMSS Mathematik 7./8. Schj. und TIMSS 12. Schj.): "Diese beiden Anzeigen sind in einer Zeitung in einem Land erschienen, in dem die Währungseinheit *zeds* ist:

GEBÄUDE A: Büroräume zu vermieten: 85–95 qm 475 *zeds* pro Monat; 100–120 qm 800 *zeds* pro Monat;

GEBÄUDE B: Büroräume zu vermieten: 35–260 qm 90 *zeds* pro Quadratmeter pro Jahr.

Eine Firma ist daran interessiert, ein 110 qm großes Büro in diesem Land für ein Jahr zu mieten. In welchem Bürogebäude, A oder B, sollte sie das Büro mieten, um den niedrigeren Preis zu bekommen? Wie rechnen Sie?"

2. Krautkopf-Anzahlen schätzen (TIMSS Mathematik 3./4. Schj.): "In Marks Garten gibt es 84 Reihen mit Krautköpfen. In jeder Reihe sind 57 Krautköpfe. Welche der folgenden Gleichungen bietet die BESTE Möglichkeit, die Gesamtzahl der Krautköpfe abzuschätzen?"

A. $100 \cdot 50 = 5000$, B. $90 \cdot 60 = 5400$, C. $80 \cdot 60 = 4800$, D. $80 \cdot 50 = 4000$ "

3. Phänomene im System "Sonne-Erde" erklären (PISA 2003 Naturwissenschaften 15-Jährige):
 "Welche Aussage erklärt, warum es auf der Erde Tageslicht und Dunkelheit gibt?"

- A. Die Erde rotiert um ihre Achse.
- B. Die Sonne rotiert um ihre Achse.
- C. Die Erdachse ist geneigt.
- D. Die Erde dreht sich um die Sonne."

Zu 1.: Es wird erwartet: Bei A muss man $12 \cdot 800 = 9600$ zeds, bei B $110 \cdot 90 = 9900$ zeds zahlen. Die Schülerinnen & Schüler haben natürlich, schon aus Zeitgründen, **jedes Nachdenken über den Real-Gehalt dieser Situation auszuschalten**, und das wissen sie auch. — Problematisieren müssten sie eigentlich: Ist überhaupt ein genau 110 qm großes Büro vorhanden? Vor allem aber: Wo gibt es das, dass man 475 zeds pro Monat für 95 qm und 800 zeds pro Monat (fast das Doppelte) für 100 qm (fast die gleiche Größe) zahlen muss? Da wäre doch eine Firma mit dem Klammersack gepudert, wenn sie sich für das eine Jahr nicht mit 95 qm bescheiden würde (und zur Not noch 35 qm im anderen Gebäude hinzu mieten würde mit einer Gesamt-Summe dann von $475 \cdot 12 + 35 \cdot 90 = 8850$ zeds). — Solche Überlegungen wären Teil der **ML. Genau diese werden hier nicht erwartet und können nicht erwartet werden.**

Zu 2.: Aus meiner Sicht sind **A. und C. beide gut**, und welche besser ist, hängt vom Zweck der Schätzung ab. Für A. spricht, dass die Schätz-Zahlen besonders einfach sind und das Ergebnis gleich auf volle Tausender gerundet ist, während man bei C. dafür einen zweiten Rundungs-Schritt bräuchte. Wenn man das genaue Ergebnis $84 \cdot 57 = 4788$ errechnet, sieht man natürlich, dass C. näher dran liegt. Trotzdem muss C. nicht die bessere Schätzung darstellen. — Bestimmt waren bei dieser Aufgabe **nicht solche Überlegungen erwartet** worden; aber genau sie wären der Ausfluss von ML gewesen.

Zu 3.: **Alle Antworten sind falsch**, insbesondere auch A. Die Erklärung lautet vielmehr: "Es dauert unterschiedlich lang, bis die Erde einmal um ihre Achse rotiert ist und bis sie sich einmal um die Sonne gedreht hat (die beiden Winkelgeschwindigkeiten sind verschieden)." Wären die beiden Winkelgeschwindigkeiten nämlich gleich, würde die Erde der Sonne immer dieselbe Seite zuwenden, und es gäbe keinen Tag-Nacht-Wechsel. Bei der Drehung des Mondes um die Erde z.B. besteht genau dieser Zustand.

Die Frage ist außerdem für das Gemeinte schlampig gestellt. Die genaue Antwort auf sie lautet nämlich: "Weil das Sonnenlicht nur aus einer Richtung kommt, liegt immer eine Hälfte der Erde im Tageslicht und die andere in der Dunkelheit." Man hätte die Frage deshalb vielleicht so formulieren sollen: "..., warum **an jedem Ort** der Erde sich Tageslicht und Dunkelheit **regelmäßig abwechseln**."

Allerdings, und nun wird es etwas spitzfindig, kommt hier doch die Neigung der Erdachse ins Spiel: Ist sie nämlich nicht geneigt, dann hält sich die Sonne am Nord- und am Südpol immer am Horizont auf, und an diesen beiden Orten findet nie ein Wechsel zwischen Tageslicht und Dunkelheit statt, während an allen anderen Orten Tageslicht und Dunkelheit immer genau 12 Stunden lang sind. Diesen Zustand gibt es auf der Erde übrigens tatsächlich jährlich zweimal, nämlich am Frühlings- und am Herbstanfang. Man müsste also die von mir vorgeschlagene Fragestellung noch modifizieren, etwa: "..., warum **in unseren Breiten** sich Tageslicht und Dunkelheit **regelmäßig abwechseln**." Allerdings käme dadurch die zusätzliche Schwierigkeit in die Aufgabe, dass nämlich Viele mit dieser Wendung "in unseren Breiten" nichts anfangen können.

Zusatz: Wie schon in der Aufgabe ist auch in meinen Ausführungen natürlich das **übliche** einfache geometrische Modell des Systems "Sonne-Erde" mit zunächst einmal **konstanten Winkelgeschwindigkeiten** unterstellt.