
Mit Werkzeugen Mathematik und Stochastik
lernen – Using Tools for Learning Mathematics
and Statistics

Thomas Wassong · Daniel Frischemeier ·
Pascal R. Fischer · Reinhard Hochmuth ·
Peter Bender
Herausgeber

Mit Werkzeugen
Mathematik und Stochastik
lernen – Using Tools
for Learning Mathematics
and Statistics

Herausgeber

Thomas Wassong
Universität Paderborn, Deutschland
wassong@math.upb.de

Prof. Dr. Reinhard Hochmuth
Leuphana Universität Lüneburg, Deutschland
reinhard.hochmuth@leuphana.de

Daniel Frischeheimer
Universität Paderborn, Deutschland
dafr@math.upb.de

Prof. Dr. Peter Bender
Universität Paderborn, Deutschland
bender@math.upb.de

Dr. Pascal R. Fischer
Universität Kassel, Deutschland
fischer@uni-kassel.de

ISBN 978-3-658-03103-9
DOI 10.1007/978-3-658-03104-6

ISBN 978-3-658-03104-6 (eBook)

Primary 97-02
Secondary 97U70, 97K70, 97U50, 97K60, 97U30, 97C70, 97D70, 97D20, 97D40, 97D50, 97D60, 97K80, 97M10

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Spektrum
© Springer Fachmedien Wiesbaden 2014

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Planung und Lektorat: Ulrike Schmickler-Hirzebruch | Barbara Gerlach

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

Springer Spektrum ist eine Marke von Springer DE. Springer DE ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media
www.springer-spektrum.de

Vorwort

„Der beste Weg, die Zukunft vorauszusagen, ist, sie zu gestalten.“ Dieser Satz, der Willy Brandt zugeschrieben wird, ist mir durch den Kopf gegangen, als ich von meinem Kollegen und Freund Rolf Biehler das erste Mal das Wort „pro-aktiv“ hörte. In vielfältigen Zusammenhängen habe ich in den zurückliegenden sieben Jahren eine Ahnung davon bekommen, was Rolf Biehler damit meinen könnte: einmal erkannte Probleme sach- und zielorientiert anzugehen, mit langem Atem und, da dies die Lösung eines Problems nicht selten verlangt, nach Möglichkeit in Kooperation. Die Beiträge im vorliegenden Band belegen, dass Rolf Biehler damit bemerkenswert erfolgreich war: In der Regel bereits zu einem frühen Zeitpunkt, dann, wenn sich neue Perspektiven und Möglichkeiten oder eben auch Problemlagen erst anzudeuten begannen, wurde (und wird) Rolf Biehler aktiv und gestaltete (und gestaltet) Entwicklungen entscheidend mit.

Dies trifft seit den 80er Jahren insbesondere auf Fragen zur Verwendung von Computerwerkzeugen beim Lernen der Stochastik in der Schule, der universitären Ausbildung und insbesondere auch in der Lehrerbildung zu. Dabei ist der Fokus in erster Linie nicht auf ein reines Anwenden von Werkzeugen gerichtet. Im Kern geht es in aller Regel um die klassische mathematikdidaktische Frage nach dem Lernen grundlegender mathematischer Konzepte und Ideen. Wie können die neuen Möglichkeiten genutzt werden, um das Verständnis von Lernenden im Hinblick darauf zu fördern und Lernbemühungen zu unterstützen? Wie kann man erreichen, dass sich die Lernenden Mathematik so aneignen, dass sie darüber im Sinne ihrer Lebensinteressen, und das umschließt nicht nur materielle, verfügen können? Dabei geht es (auch) um konkrete Fragen der Visualisierung komplexer mathematischer Konzepte sowie insbesondere des Experimentierens mit stochastischen Methoden und des Explorierens von Daten. So hat Rolf Biehler in diesem Bereich wesentlich dazu beigetragen, didaktische Potenziale neuer technischer Möglichkeiten zu heben, diese auszuloten und für das Handeln Lehrender zugänglich zu machen. Makar und Confrey weisen in ihrem Beitrag darauf hin, dass es dafür nicht ausreichte, neue Aufgaben zu erfinden, sondern dass dies auch eine neue Art und Weise statistischen Denkens und eines Denkens über Statistik erforderte. Mit anderen Worten: In der Analyse und Bewältigung der „concept-tool gaps“ geht es nicht nur um die Bewertung und Ausgestaltung der „tools“, sondern eben auch um die „concepts“.

Ohne dieses wichtige Thema aus dem Auge zu verlieren, nahm Rolf Biehler in den letzten zehn Jahren Projekte, die im Bereich des Übergangs Schule-Hochschule angesiedelt sind, stärker in den Fokus. Bezogen auf diesen Übergang haben sich in dieser Zeit nicht nur in Deutschland eine Reihe von Randbedingungen stark verändert: In den Schulen geht es nun um andere mathematische Inhalte und Kompetenzen. Ein größerer Anteil eines Jahrgangs kommt an die Universitäten und möchte studieren. Viele Studierende treten ohne Abitur in die akademische Welt ein. Rolf Biehler hat früh erkannt, dass die Hochschulen hier aktiv werden müssen und dass Erstsemester mit den veränderten Bedingungen nicht alleine

gelassen werden dürfen. Dabei geht es ihm nicht um ein schlichtes „Anpassen an“ oder „sich Fügen in“ Veränderungen an Schulen oder Hochschulen im Kontext des Bologna-Prozesses, die eigentlich teilweise kritisiert oder zumindest diskutiert werden müssten, sondern in erster Linie um deren Gestaltung sozusagen im „Hier und Jetzt“ im Interesse derjenigen, die mit Hoffnungen und Erwartungen an die Universitäten kommen und ein Recht darauf haben, in ihren Bemühungen so unterstützt zu werden, dass sie eine Chance haben, die Anforderungen zu erfüllen, sich zu entwickeln und professionelle Handlungsfähigkeit zu erlangen.

Auch diese Bemühungen erfolgten nicht im stillen akademischen „Kämmerchen“: Materialien und Maßnahmen zur Unterstützung der Studierenden wurden in enger Kooperation mit zahlreichen Beteiligten entwickelt, und von Beginn an wurden nahezu alle mathematikhaltigen Studiengänge in den Blick genommen. Mit relativ geringen Mitteln wurde so ein Prozess gestartet, der bis zum aktuellen bundesweit wahrgenommenen Projekt VEMINT und letztlich dann auch zum Kompetenzzentrum Hochschuldidaktik Mathematik (khdm) geführt hat. Zweifellos war zu Beginn im Jahr 2003 nicht abzusehen, dass es 2013 eine vom khdm organisierte bundesweite Tagung mit nahezu 300 Teilnehmern/innen zur Übergangproblematik Schule/Hochschule geben würde.

In den letzten zwei Jahren ist noch ein weiterer bedeutender und großer Schwerpunkt von bundesweiter Bedeutung mit dem Fokus Lehrerfortbildung hinzugekommen: Der Auf- und Ausbau des Deutschen Zentrums für Lehrerbildung Mathematik (DZLM). Auch hier stehen konkrete Problemlagen im Fokus wie etwa die Erfordernis der Qualifizierung der zahlreichen Lehrkräfte, die fachfremd Mathematik unterrichten oder die Qualifizierung von Mathematikmoderator/innen.

Die Breite der in dem vorliegenden Band versammelten Beiträge zeigt, dass Rolf Biehler sowohl inhaltlich als auch personell in der gesamten Mathematikdidaktik zu Hause ist, und dies national wie international. Neben dem bereits erwähnten Charakter des Visionären betonen einige Beiträge die große Ernsthaftigkeit der Bemühungen, die immer wieder dazu führt, dass Problemlagen zunächst einmal genauer beschrieben und analysiert werden, statt schnelle und dann häufig nur einem ersten kritischen Blick standhaltende scheinbar endgültige Antworten zu produzieren.

Überhaupt: Müsste man die Frage beantworten, welche kurze Formulierung Rolf Biehlers Bemühungen geeignet zusammenfassen würde, so könnte dies der Ausbau der „Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline“ sein. Aus den wenigen Bemerkungen ist sicher schon deutlich geworden, dass damit kein Rückzug in den sog. universitären Elfenbeinturm angesprochen ist, sondern gewissermaßen im Gegenteil die feste Überzeugung, dass sich „Wissenschaftlichkeit“ und das Anliegen, das Lernen von Schülern/innen, Studierenden und Lehrkräften konkret zu unterstützen, nicht nur vertragen, sondern insbesondere in der heutigen Zeit wechselseitig voraussetzen und erst in einem Miteinander wirklich produktiv werden können. Es entspricht dem Naturell von Rolf Biehler, dabei den unvermeidlich auftretenden Unsicherheiten und Widersprüchen nicht aus dem Weg zu

gehen, sondern in der Arbeit mit anderen fruchtbar werden zu lassen. Vielleicht ist dies „das“ oder zumindest „ein“ Geheimnis des großen Erfolges von Rolf Biehler.

Es war für uns eine große Freude zu erleben, wie viele nationale und internationale Kollegen/innen sich spontan bereit erklärt haben, einen wissenschaftlichen Beitrag zu diesem Band zu liefern. Dabei entstand folgende breite Palette von Themen:

- I. Didaktik der Mathematik – Didactics of Mathematics
- II. Modellieren mit Funktionen – Modeling with Functions
- III. Didaktik der Stochastik – Didactics of Statistics
- IV. Stochastik in der schulischen Ausbildung – Statistics in School
- V. Stochastik in der Lehrerbildung – Statistics in Teacher Education
- VI. Stochastik in der universitären Ausbildung – Statistics in Higher Education
- VII. Hochschuldidaktik der Mathematik – University mathematics education

Wir meinen, dass eine interessante und lesenswerte Mischung aus Beiträgen von international renommierten Experten/innen und im engeren Sinne „jungen“ Schülern/innen von Rolf Biehler entstanden ist, so dass dieser Band über den konkreten Anlass hinaus einen guten Überblick zu ausgewählten aktuellen Entwicklungs- und Forschungsfragen der Mathematikdidaktik liefert und damit einen Gewinn für die mathematikdidaktische Community darstellt. Das wäre unseres Erachtens zumindest ganz im Sinne von Rolf Biehler.

Reinhard Hochmuth im Namen der Herausgeber

Inhaltsverzeichnis

I.	Didaktik der Mathematik – Didactics of Mathematics	
1.	Abstrakte Mathematik und Computer <i>Willi Dörfler</i>	1
2.	Der Body-Mass-Index – von Quetelet zu Haldane..... <i>Hans Niels Jahnke</i>	15
3.	Unterrichtsgestaltungen zur Kompetenzförderung: zwischen Instruktion, Konstruktion und Metakognition <i>Stanislaw Schukajlow und Werner Blum</i>	31
4.	Low Achievers' Understanding of Place Value – Materials, Representa- tions and Consequences for Instruction..... <i>Petra Scherer</i>	43
5.	Visual integration with stock-flow models: How far can intuition carry us? <i>Peter Sedlmeier, Friederike Brockhaus und Marcus Schwarz</i>	57
II.	Modellieren mit Funktionen – Modeling with Functions	71
6.	Games, Data, and Habits of Mind <i>William Finzer</i>	71
7.	Caging the Capybara: Understanding Functions through Modeling <i>Tim Erickson</i>	85
8.	Visualisieren – Explorieren – Strukturieren: Multimediale Unterstützung beim Modellieren von Daten durch Funktionen..... <i>Markus Vogel</i>	97
9.	Change point detection tasks to explore students' informal inferential rea- soning <i>Joachim Engel</i>	113
III.	Didaktik der Stochastik – Didactics of Statistics	
10.	Eine kleine Geschichte statistischer Instrumente: vom Bleistift über R zu relax..... <i>Hans Peter Wolf</i>	127
11.	Implications of technology on what students need to know about statistics <i>Arthur Bakker</i>	143
12.	Tools for Learning Statistics: Fundamental Ideas in Statistics and the Role of Technology <i>Gail Burrill</i>	153
13.	Chance Re-encounters: 'Computers in Probability Education' revisited <i>Dave Pratt und Janet Ainley</i>	165

IV.	Stochastik in der schulischen Ausbildung – Statistics in School	
14.	Multiple representations as tools for discovering pattern and variability – Insights into the dynamics of learning processes	179
	<i>Susanne Schnell und Susanne Prediger</i>	
15.	EDA Instrumented Learning with TinkerPlots	193
	<i>Dani Ben-Zvi und Tali Ben-Arush</i>	
16.	Zur Erfassung sprachlicher Einflüsse beim stochastischen Denken.....	209
	<i>Sebastian Kollhoff, Franco Caluori und Andrea Peter-Koop</i>	
17.	The epistemological character of visual semiotic means used in elementary stochastics learning	223
	<i>Judith Stanja und Heinz Steinbring</i>	
18.	Contexts for Highlighting Signal and Noise	237
	<i>Clifford Konold und Anthony Harradine</i>	
19.	Simulation als Bindeglied zwischen der empirischen Welt der Daten und der theoretischen Welt des Zufalls	251
	<i>Andreas Eichler</i>	
V.	Stochastik in der Lehrerbildung – Statistics in Teacher Education	
20.	Modelling and Experiments – An Interactive Approach towards Probability and Statistics	267
	<i>Manfred Borovcnik</i>	
21.	Using the software FATHOM for learning and teaching statistics in Germany – A review on the research activities of Rolf Biehler’s working group over the past ten years.....	283
	<i>Tobias Hofmann, Carmen Maxara, Thorsten Meyfarth und Andreas Prömmel</i>	
22.	Konfektionsgrößen näher betrachtet – Ein Vorschlag zur Lehrerbildung in Stochastik	305
	<i>Katja Krüger</i>	
23.	Konzeptualisierung unterschiedlicher Kompetenzen und ihrer Wechselwirkungen, wie sie bei der Bearbeitung von stochastischen Simulationenaufgaben mit dem Computer auftreten	321
	<i>Carmen Maxara</i>	
24.	Explorative Datenanalyse und stochastische Simulationen mit TinkerPlots – erste Einsätze in Kassel & Paderborn.....	337
	<i>Daniel Frischemeier und Susanne Podworny</i>	
25.	Wondering, Wandering or Unwavering? Learners’ Statistical Investigations with Fathom.....	351
	<i>Katie Makar und Jere Confrey</i>	
26.	Preparing teachers to teach conditional probability: a didactic situation based on the Monty Hall problem	363
	<i>Carmen Batanero, J. Miguel Contreras, Carmen Díaz und Gustavo R. Cañadas</i>	

VI. Stochastik in der universitären Ausbildung – Statistics in Higher Education	
27. Teaching Statistical Thinking in the Data Deluge.....	377
<i>Robert Gould und Mine Çetinkaya-Rundel</i>	
28. Students' difficulties in practicing computer-supported statistical inference: Some hypothetical generalizations from a study.....	393
<i>Maxine Pfannkuch, Chris Wild und Matt Regan</i>	
29. Using TinkerPlots™ to develop tertiary students' statistical thinking in a modeling-based introductory statistics class	405
<i>Robert delMas, Joan Garfield und Andrew Zieffler</i>	
30. <i>TinkerPlots</i> as an Interactive Tool for Learning about Resampling.....	421
<i>Jane Watson</i>	
VII. Hochschuldidaktik der Mathematik – University mathematics education	
31. Math-Bridge: Closing Gaps in European Remedial Mathematics with Technology-Enhanced Learning	437
<i>Sergey Sosnovsky, Michael Dietrich, Eric Andrès, George Gogvadze, Stefan Winterstein, Paul Libbrecht, Jörg Siekmann und Erica Melis</i>	
32. Mathematik als Werkzeug: Sicht- und Arbeitsweisen von Studierenden am Anfang ihres Mathematikstudiums.....	453
<i>Michael Liebendörfer und Laura Ostsieker</i>	
33. Der operative Beweis als didaktisches Instrument in der Hochschullehre Mathematik	463
<i>Leander Kempen</i>	
34. Werkstattbericht der Arbeitsgruppe "Mathematik in den Ingenieurwissenschaften"	471
<i>Markus Hennig, Axel Hoppenbrock, Jörg Kortemeyer, Bärbel Mertsching und Gudrun Oevel</i>	
35. Das Deutsche Zentrum für Lehrerbildung Mathematik (DZLM).....	487
<i>Jürg Kramer und Thomas Lange</i>	