

Peter BENDER, Paderborn

## **Vorlesung und Prüfung in der Geometrie-Veranstaltung für Erstsemester mit DGS**

### **Pädagogische, didaktische, methodische und technische Aspekte**

Mein Paderborner Kollege Hans-Dieter Rinkens hat vor nunmehr fast 10 Jahren eine Elementar-Geometrie für unsere Grund-, Haupt- und Real-schul-Erstsemester auf der Basis einer DGS entwickelt. Die Wahl fiel auf Cinderella, die damals einzige verfügbare internet-taugliche DGS. Text- und Konstruktions-Dateien wurden ins Internet gestellt und konnten von allen Beteiligten jederzeit abgerufen werden. Aus technisch- und didaktisch-praktischen Gründen kam es jedoch nicht zur Verwirklichung der Idealvorstellung, nämlich dass die Studierenden etwa in der Vorlesung am eigenen Rechner experimentierend, nachvollziehend o.ä. arbeiten.

Im Jahr 2002 übernahm ich diese Veranstaltung (mit 2V+2Ü) und ging nach erheblichen technischen Problemen insbesondere mit dem Internet dazu über, alle Dateien auf CD zu brennen und diese den Studierenden zur Verfügung zu stellen (nachdem Cinderella 1.4 frei geworden war).

Das Skript erhalten die Studierenden in Papierform und auf der CD. In der Vorlesung steht es außerdem immer mittels eines OHPs von Folien aus an der Wand zur Verfügung. Ich gehe recht genau nach ihm vor und arbeite dabei überwiegend an den Cinderella-Dateien, die von einem Laptop mit einem Beamer ebenfalls an die Wand projiziert werden. Ziemlich selten wird auch etwas auf die Tafel gezeichnet und geschrieben.

Jede Woche gibt es Hausaufgaben. Da ist oft mit Cinderella etwas zu konstruieren und immer etwas zu formulieren, insbesondere die Konstruktion zu beschreiben und zu begründen, d.h. es sind (neben expliziten auch in dieser verdeckten Form) Beweise zu führen. Die Hausaufgaben müssen aus Kapazitätsgründen zu zweit oder zu dritt abgegeben werden. Ich habe den Eindruck, dass der Computer dafür sorgt, dass in vielen dieser Kleingruppen – mehr als sonst – sich alle Mitglieder an der Arbeit beteiligen.

Die Übungen finden in 6 Gruppen zu je ca. 30–35 Leuten wöchentlich in einem Poolraum statt. Dort sind 14 Rechner kreisförmig aufgestellt, und zwar mit dem Bildschirm nach außen, so dass die Menschen sich gegenseitig anschauen können. Dies wurde von den Studierenden und mir als so wohltuend empfunden, dass wir auf eine Erweiterung um 14 zusätzliche Rechner, die sich ebenfalls noch in dem Raum befinden, verzichteten. Die Rechner sind über ein sog. pädagogisches Netzwerk miteinander gekoppelt,

und vom Dozenten-Rechner aus kann z.B. der Bildschirm-Inhalt eines jeden Rechners an alle anderen geschickt werden.

Die Hausaufgaben-Bearbeitungen werden, soweit sie elektronisch vorliegen (die Cinderella-Dateien, oft auch die Text-Dateien), als Mail-Anhang den SHK zum Nachschauen zur Verfügung gestellt, und ergänzend wird, je nach Erfordernis, physisches beschriebenes Papier abgegeben.

### **Inhalte und inhaltliche Ziele**

Ohne weitere Begründung gehe ich jetzt davon aus, dass in der allgemein bildenden Schule Geometrie getrieben und mit dem Computer gearbeitet werden soll. Daraus ergibt sich direkt die entsprechende Forderung an die Mathematik-Lehrerbildung: es ist, aus welchen Ursachen heraus auch immer, bei unseren Studierenden bezüglich beider Gegenstände i.A. zu wenig Substanz vorhanden, und es empfiehlt sich noch einmal ein Gang durch die ebene Elementargeometrie. Neben dem anderen pädagogisch-didaktisch-methodischen Vorgehen an der Universität ist es die DGS, die den meisten etwas Neues zu bieten hat.

Mit der ebenen Elementargeometrie und DGS kann Raumschauung (natürlich in geringerem Maß als mit Raumgeometrie), Denken in Bewegungen (nicht zu verwechseln mit beweglichem Denken), allgemeiner: in Veränderungen, funktionales Denken und Argumentieren gefördert werden.

*Umfangswinkelsatz:* Zwei verschiedene Punkte  $A, B$  werden in der Ebene festgelegt, und jedem Punkt  $X$  der Ebene ( $\neq A, \neq B$ ) wird das Maß des Winkels  $AXB$  zugeordnet und so eine Funktion von der Ebene (ohne  $A$  und  $B$ ) in das reelle Intervall  $[0^\circ; 180^\circ]$  definiert. Mit DGS lässt man  $X$  laufen und beobachtet das Winkelmaß. Was sind die Linien mit konstantem Winkelmaß? — So rückt auch die Umkehrung des Satzes ins Blickfeld.

Die *Ortslinie* als Funktionsbild einer vorhandenen Linie: Z.B. Kreis gegeben,  $A$  fester Punkt außerhalb,  $B$  halbfest auf dem Kreis,  $C$  und  $D$  so, dass  $ABCD$  Quadrat. Ortslinie für  $C$ ? Betrachte die Drehstreckung um  $A$  um  $45^\circ$  mit Streckfaktor  $\sqrt{2}$  als Abbildung der Ebene in sich. Das Bild der Ortslinie von  $B$  ist die Ortslinie von  $C$ , also wegen Ähnlichkeitsabbildung ebenfalls ein Kreis, jedoch mit  $\sqrt{2}$ -fachem Radius.

*Hyperbel:* Zwei verschiedene Punkte  $A, B$  werden festgelegt, und jedem Punkt  $X$  der Ebene wird der (positive oder negative) Unterschied  $d$  seines Abstands von  $A$  zu seinem Abstand von  $B$  zugeordnet und so eine Funktion von der Ebene nach  $\mathbf{R}$  definiert. Mit DGS  $X$  laufen lassen, und  $d$  beobachten. Linien mit konstantem  $d$  sind Hyperbeln, speziell für  $d=0$  Mittelsenkrechte. "Konstruktion" der Hyperbel mit DGS.

Typische *Plausibilitäts-Überlegung*: Wieso sind hier die Linien konstanter Differenz unendlich lang?

### **Output-Orientierung?**

Durch Anhängen von Vokabeln wie "kennen", "wissen", "können", "formulieren können", "beweisen können" "anwenden können" usw. werden Inhalte zu Kompetenzen und eine Input- zur Output-Orientierung.

Die Diskussion zu diesem Komplex hatten wir, mit anderer Nomenklatur, nämlich Richt-, Leit-, Grob- und (operationalisierten) Feinzielen, vor über 30 Jahren schon einmal. Der Hessische Lehrplan für die Mathematik in der Sekundarstufe I aus den 1970-er Jahren ist eine einzige Orgie solcher Schein-Operationalisierungen. Er ist damals bald in der Versenkung verschwunden, weil (i) sich die Hoffnung, aus Leitzielen (z.B. Raumanschauung) auch nur mit ansatzweiser didaktischer Stringenz Feinziele (z.B. einen bestimmten Beweis des Pythagorassatzes kennen) ableiten zu können, als illusorisch erwiesen hat und (ii) die Verwendung der Vokabeln "kennen", "wissen", "können" keine echte Operationalisierung darstellt.

Die Parallelität der aktuellen Mode zu diesem alten Ansatz wird deswegen kaum wahrgenommen, weil man sich heute nicht ganz so naiv und primitiv wie damals ausdrückt und außerdem bei vielen Kolleginnen & Kollegen ein Bewusstsein für die Didaktik aus der Zeit vor ihrer Berufstätigkeit fehlt.

Wenn man einmal ein Kompetenzstufen-Modell (wie von der deutschen PISA-Mathematik-Gruppe entwickelt) akzeptiert, so kann man Aufgaben; genauer: Teile von Aufgaben; noch genauer: Lösungswege für Teile von Aufgaben; daraufhin prüfen, welche Kompetenzen zur Lösung erforderlich sind. Das ist schon arg kompliziert, aufwändig und im Alltag kaum praktikabel. — Weiter: Wenn jemand eine Aufgabe auf eine bestimmte Weise löst, heißt das noch lange nicht, dass die "zugehörigen" Kompetenzen vorhanden sind. Es könnte sich um *solche* handeln, die in dem Modell gar nicht erfasst sind (durchaus inhaltsbezogene, aber auch Glück, Wiedergabe von auswendig Gelerntem, MC-Strategien usw.). Jedoch, auch wenn die "richtigen" Kompetenzen vorliegen, könnte es sein, dass sie nicht abstrakt als solche vorhanden sind, sondern nur auf die spezielle Aufgabe bezogen. — Einwände dieser Art greifen bei einem Unternehmen wie PISA, wo es um die Bewertung nicht von einzelnen Jugendlichen, sondern von Bildungssystemen geht, allerdings weniger.

Wohl steht die Vorlesung unter dem inhaltlichen Leitziel "Raumanschauung", aber es ist sinnlos, in der Klausur *irgendwelche* Aufgaben zur Raumanschauung zu stellen; sondern die erworbene Kompetenz bezieht sich auf den Stoff der Vorlesung, und nur diese reduzierte Kompetenz kann ich

kontrollieren. Ich glaube zwar, dass bei der Beschäftigung mit geometrischen Inhalten auch eine allgemeine Form der Raumanschauung gefördert wird (ich bestreite also das Dogma aus den 1980-er Jahren der Unmöglichkeit der Übertragung von Gelerntem in andere Bereiche), aber ganz bestimmt nicht so, dass aus dem Stand beliebige Aufgaben von einem gewissen Schwierigkeitsgrad gelöst werden könnten, zumal in einer Klausur.

Dort muss sich vielmehr inhaltlich das zu kontrollierende Curriculum widerspiegeln. Wenn man dann gewisse Kompetenzen wieder findet, ist das umso erfreulicher. Die Kategorie der Kompetenzen kann aber diesen Prozess der *Konstruktion von Prüfungs-Aufgaben nicht leiten*. Sie muss vielmehr zur *Erstellung des Curriculums* herangezogen worden sein. Aber auch da ist klar, dass die meisten Entscheidungen aus Gründen der Tradition bzw. auf der Basis einer fachlich-inhaltlichen Analyse fallen und die Kategorie der Kompetenzen zumindest im Detail wenig beitragen kann.

### **Affinität von Vorlesung, Übung und Klausur**

Gerade auch bei unserer Studierenden-Klientel müssen die Aufgaben in Stil und Inhalt denen in der Übung entsprechen und sollten keine wesentlich neuen Anforderungen enthalten. — Für die Affinität von Übung und Klausur schaffen wir wenigstens die *technisch-mediale* Grundlage, indem wir jeder Teilnehmerin & jedem Teilnehmer (T&T) in der Klausur einen Rechner mit der DGS zur Verfügung stellen (obwohl man natürlich auch ohne Rechner-Aktivitäten wesentliche Teile der Vorlesung abdecken könnte).

Für die knapp 200 T&T jeweils in den letzten Durchgängen standen 4 Poolräume mit insgesamt etwa 110 Computer-Arbeitsplätzen bereit (von denen etwa 10% im Laufe des Tags ausfielen). Es wurde überall Cinderella installiert und das Internet unzugänglich gemacht. Die Schar der T&T wurde in zwei etwa gleichgroße Gruppen zerlegt. Die erste schrieb von 10.00 bis 13.00 Uhr, die zweite von 13.15 bis 16.15 Uhr jeweils dieselbe Klausur.

Jede & jeder T&T legte einen Ordner mit ihren & seinen Cinderella-Dateien an. Zum Zwecke der Korrektur und Bewertung luden die Aufsichtspersonen jeweils am Klausur-Ende die Ordner mit den Dateien mit einem USB-Stick herunter und löschten sie von den Poolraum-Rechnern.

Im Vortrag wurden einige Aufgaben vorgestellt, an denen das Bemühen um inhaltliche Affinität von Klausur zu Vorlesung & Übung deutlich wurde.

Für die meisten unserer Studierenden ist die Arbeit mit DGS inzwischen etwas "Normales", erkennbar an folgendem Indiz: In einem Hauptstudiums-Geometrie-Seminar (wo es nicht um DGS ging) wurden die Vorträge ganz selbstverständlich durchweg mit Cinderella ausgearbeitet.